

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

RENÉ COMBE

AGRÉGÉ DE L'UNIVERSITÉ

1^{ère} THÈSE : *" Réalisation d'un accélérateur linéaire d'électrons.
Application à la production d'ondes millimétriques."*

2^{ème} THÈSE : *Propositions données par la Faculté.*

Soutenues le 27 JUIN 1956 devant la Commission d'examen.

MM. L. DE BROGLIE..... Président
PERRIN.....
GRIVET..... } Examineurs

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

RENÉ COMBE

AGRÉGÉ DE L'UNIVERSITÉ

1^{ère} THÈSE : *"Réalisation d'un accélérateur linéaire d'électrons.
Application à la production d'ondes millimétriques."*

2^{ème} THÈSE : *Propositions données par la Faculté.*

Soutenues le 27 JUIN 1956 devant la Commission d'examen.

MM. L. DE BROGLIE..... Président

PERRIN.....

GRIVET.....

} Examinateurs

FACULTE DES SCIENCES

Nom du candidat : COMBE

Prénom : René

Date de la soutenance : 27 Juin 1956

N° d'ordre : 3791

COMBE (René)

"Réalisation d'un accélérateur linéaire d'électrons. Application à la production d'ondes millimétriques.

FORT D'ISSY, Imprimerie du SDRB 1956, In-4°, 220 pages.

Th. Doc. ès Sc. Phys. Paris 1956 N° 3791

COMBE (René)

"Réalisation d'un accélérateur linéaire d'électrons. Application à la production d'ondes millimétriques.

FORT D'ISSY, Imprimerie du SDRB 1956, In-4°, 220 pages.

Th. Doc. ès Sc. Phys. Paris 1956 N° 3791

COMBE (René)

"Réalisation d'un accélérateur linéaire d'électrons. Application à la production d'ondes millimétriques.

FORT D'ISSY, Imprimerie du SDRB 1956, In-4°, 220 pages.

Th. Doc. ès Sc. Phys. Paris 1956 N° 3791

COMBE (René)

"Réalisation d'un accélérateur linéaire d'électrons. Application à la production d'ondes millimétriques.

FORT D'ISSY, Imprimerie du SDRB 1956, In-4°, 220 pages.

Th. Doc. ès Sc. Phys. Paris 1956 N° 3791

FACULTE DES SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE PARIS

- Professeurs -

Doyen J. PERES

G. JULIA	T Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	GALLIEN	T Embryologie.
E. DARMOIS	T Enseignement de Physique.	EICHORN	T Biologie Vég. (P.C.B.).
R. LEVY	T Physiologie comparée.	DE CUGNAC	T Biologie Vég. (P.C.B.).
FOCH	T Mécanique physique et Expér.	Mle CAUCHOIS	T Chimie Physique.
PAUTHENIER	T Electrotechnique générale.	THELLIER	T Physique du Globe.
DE BROGLIE	T Théories physiques.	AUDUBERT	T Electrochimie.
JOB	T Chimie générale.	L'HERITIER	T Génétique.
PRENANT	T Anatomie et Histol. comparées.	GRIVET	T Radioélectricité.
GARNIER	T Géométrie supérieure.	PONCIN	T Mécanique des fluides.
PERES	T Mécanique des fluides et appl.	THIRY	T Mécanique appliquée.
LAUGIER	T Physiologie générale.	DUBREIL	T Arith. et théor. des nomb.
M. CURIE	T Physique (P.C.B.).	QUELET	T Chimie organique.
BARRABE	T Géol. struct. et Géologie appl.	CAGNIARD	T Géophysique appliquée.
G. DARMOIS	T Calc. des prob. et Phys. Math.	CHAMPETIER	T Chimie macromoléculaire.
J. BOUCART	T Géogr. Phys. et Géol. dynam.	CUVILLIER	T Géol. Struct. et Géol. appliquée.
Mme JOLIOT-CURIE	T Physique nucléaire et Radioactivité.	JUNG	T Pétrographie.
PLANTEFOL	T Botanique.	TRILLAT	T Chimie physique.
CABANNES	T Recherches physiques.	WIEMANN	T Chimie (M.P.C.).
GRASSE	T Evol. des êtres organisés.	JACQUINOT	T Spectroscopie et Physique céleste.
PREVOST	T Chimie organique.	VASSY	Physique de l'atmosphère.
BOULIGAND	T Application de l'analyse à la Géométrie.	DESTOUCHES	Théories physiques.
CHAUDRON	T Chimie appliquée.	M. PRUVOST	T Géologie.
WYART	T Minéralogie.	AMIEL	T Chimie (P.C.B.).
TEISSIER	T Zoologie.	HOCART	T Minéralogie.
MANGENOT	T Biologie végétale.	J.P. MATHIEU	T Physique (P.C.B.).
P. AUGER	T Physique quantique et Relat.	COUTEAUX	T Biologie animale (P.C.B.).
MONNIER	T Physiologie des fonctions.	MAY	Biologie animale (P.C.B.).
PIVETEAU	T Géologie.	CHOQUET	T Calc. diff. et Intégral.
ROCARD	T Physique (E.N.S.).	FELDMANN	T Biologie (P.C.B.).
H. CARTAN	T Mathématiques (E.N.S.).	GUINIER	T Physique (P.C.B.).
LAFFITTE	T Chimie générale.	JOST	T Biologie (P.C.B.).
FAVARD	T Mécanique générale.	FORTET	T Calc. des probabilités.
COULOMB	T Physique du Globe.	SCHWARTZ	T Méth. Math. de la Physique.
Mle COUSIN	T Biologie animale (P.C.B.).	CHOUARD	T Physiologie végétale.
CHRETIEN	T Chimie minérale	MALAVARD	T Aviation.
P. DRACH	T Zoologie.	BRELOT	T Calcul différentiel.
KASTLER	T Physique.	NORMANT	T Chimie (P.C.B.).
EPHRUSSI	T Génétique.	BENARD	Chimie (P.C.B.).
WURMSER	T Biol. Physico-chimique.	BUVAT	Botanique (E.N.S.).
RIVIERE	T Géologie (S.P.C.N.).	DUGUE	T Statistiques mathématiques.
GAUTHERET	T Biologie végétale (P.C.B.).	GELOSO	Chimie (S.P.C.N.).
LUCAS	T Physique.	SOULAIRAC	T Psychophysiologie.
A. THOMAS	T Biologie cellulaire.	ULRICH	T Physiologie végétale.
ARNULF	T Optique appliquée.	MARECHAL	T Optique théorique et appl.
M. MORAND	T Physique.	KIRRMANN	T Théories chimiques.
SOLEILLET	T Physique.	CHADEFAUD	Botanique.
FORTIER	T Mécan. expér. des fluides.	DESTRIAU	Physique (M.P.C.).
DANJON	T Astronomie.	Mle LE BRETON	Physiologie générale.
FROMAGEOT	T Chimie biologique.	SALEM	M Mathématiques générales.
LAPORTE	T Phys. génér. et radioact.	ESCLANGON	T Physique (P.C.B.).
JANET	T Méc. anal. et méc. céleste.	LELONG	T Mathématiques générales.
PETIT	T Biologie maritime.	DEVILLIERS	Anatomie et Histologie comparées.
QUENEY	T Météor. et dyn. atmosphér.	EHRESMANN	Topologie Algébriquen

FRANCON	Physique (M.P.C.).	ROCH (E.)	Géologie.
GLANGEAUD	Géographie physique et Géol. dynamique.	SCHATZMANN	Astrophysique.
GODEMENT	Mathématiques (M.P.C.).	TERMIER	Paléontologie stratigraphique.
PISOT	Calcul des Probabilités.	ZAMANSKY	Mathématiques générales.

Secrétaire Général C. MONIER

ERRATA

PAGE	LIGNE	FORMULE	AU LIEU DE	LIRE
3	4		$\lambda_g < c$	$\lambda_g < \lambda_0$
7	7		, dont le déterminant séculaire constitue	: en annulant le déterminant séculaire, on a
13	1		v_g	v_g
13	2		v_g	v_g
13	4	(33 bis)	v_g	v_g
27	16 ^e fin		ouverte	couverte
38	5		en	au
42		(80)	$\mu_0 H_x^2$	$\mu_0^2 H_x^2$
45	13		sondés	soudés
59		(14)	$v \cos \alpha_0$	$v \cos \alpha_0$
77	2		défini	définis
77	2		page 65	page 61
93		(43)	$[j]$	$[j]$
101	(68 bis)	(68 bis)	$\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \frac{1}{\lambda}$	$\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \frac{1}{\lambda}$
106			page	page 131
119		(109)	$[\vec{A}_\omega, \vec{A}_\omega^* (\vec{n}, \vec{A}_\omega) (\vec{n}, \vec{A}_\omega^*)]$	$[\vec{A}_\omega, \vec{A}_\omega^* - (\vec{n}, \vec{A}_\omega) (\vec{n}, \vec{A}_\omega^*)]$
131		(144)	$J_n'^2(u)$	$J_{1'}'^2(u)$
139		(161)	(161)	(159)
140	Alinéa 5		$J_n'(u)$	$J_n'^2(u)$
150		formule	$\frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{\beta^2}$	$\frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{\beta}$
163	15		mo	m_0
III (Table)	IV.8		TCHERNKOV	TCHERENKOV



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552418_0037

A la mémoire de mon père.

*A Monsieur l'Ingénieur en Chef Paul CHANSON,
en témoignage de sincère attachement.*

PREMIERE THESE

~~~~~

REALISATION D'UN ACCELERATEUR LINEAIRE D'ELECTRONS

APPLICATION A LA PRODUCTION D'ONDES MILLIMETRIQUES



## INTRODUCTION

Les physiciens ont réussi très tôt à produire des ondes millimétriques par des procédés électriques. Si les premières - et célèbres - expériences de HERTZ (1) en 1887, lui permettent de produire des ondes de longueur 7,50 m, dès 1895, à Moscou, P. LEBEDEV (2) réussit l'émission d'ondes de 6 mm, en faisant éclater des étincelles entre de petits cylindres de platine immergés dans l'huile. Cette technique des microoscillateurs est étudiée aussi à la même époque par O. LODGE (3), par A. RIGHI (4) par A LAMPA (5) ; plus tard par W. MÖBIUS (6). Elle donne lieu en 1923 aux expériences classiques de E. F. NICHOLS et J. D. TEAR (7), qui réussissent la soudure du spectre hertzien et du spectre optique en produisant d'une part des ondes hertziennes de 1,8 puis 0,22 mm au moyen encore de micro-oscillateurs en tungstène, et d'autre part des ondes infrarouges de 0,32 mm (émises par l'arc au mercure) et en les étudiant par les mêmes procédés de mesure (interféromètre et radiomètre). Elle est encore pratiquée de nos jours par exemple avec les travaux de Mme GLAGOLEVA - ARKADIEVA en U.R.S.S. et de COOLEY et ROHRBAUGH aux Etats-Unis.

Un autre groupe de procédés de production des ondes millimétriques nous est offert par les tubes électroniques de divers types. Le sujet est si vaste qu'il ne nous appartient évidemment pas de le traiter ici. Nous citerons seulement quelques étapes particulièrement intéressantes. Les tubes classiques (triode, pentode) ne paraissent pas pouvoir être indéfiniment extrapolés, car, pour les faire osciller sur des fréquences extrêmement élevées, il faudrait réduire exagérément leurs dimensions : ainsi d'après PIERCE (8), la distance cathode-grille d'une pentode 6 mm devrait descendre à 0,5  $\mu$  ! Mais les nouveaux tubes offrent des perspectives infiniment plus séduisantes. Dès 1934, dans un travail d'avant-garde. C.E. CLEETON et N.H. WILLIAMS (9) produisent des ondes de 1,13 cm avec un magnétron à anode fendue de petites dimensions, et découvrent la fameuse raie d'inversion de l'ammoniac sur 1,25 cm. A la veille de la guerre, les frères VARIAN aux Etats-Unis, les chercheurs de l'Université de Birmingham, des physiciens attachés à l'industrie française, inventent et mettent au point le klystron et le magnétron à cavité résonante. Plus tard

- (1) H. HERTZ    L 00
- (2) LEBEDEV    95
- (3) LODGE    90
- (4) RIGHI    L 97 et 94,00
- (5) LAMPA    95,96

- (6) MÖBIUS    20
- (7) NICHOLS et TEAR    23
- (8) PIERCE    51
- (9) CLEETON et WILLIAMS    34

apparaissent de nombreux autres types de tubes fonctionnant sur des longueurs d'onde millimétriques, et notamment le tube à ondes progressives (1) et le carcinotron (2). Naturellement, beaucoup de ces réalisations sont encore au stade des mises au point dans les laboratoires, mais actuellement en France, les klystrons et les magnétrons à impulsions oscillant dans la bande des 8 mm sont d'usage courant. En dehors de leurs applications au Radar et aux Télécommunications, ces tubes ont permis le développement d'une branche maintenant importante de la science : la spectroscopie en microondes. On peut maintenant (3) étudier le domaine spectral s'étendant jusqu'à 0,771 mm (longueur d'onde d'une raie de rotation de OCS) en utilisant un générateur harmonique (klystron suivi d'un cristal, élément non-linéaire produisant des harmoniques). Dans l'exemple cité, on travaillait avec le 16ème harmonique de la fréquence émise par le klystron.

Ainsi les tubes les plus modernes ne permettent guère de descendre directement au dessous de 3 ou 4 mm de longueur d'onde. La technique des microoscillateurs paraît ne pouvoir donner que des puissances infimes. Aussi a-t-on porté son attention, surtout depuis une dizaine d'années, sur l'utilisation directe du rayonnement de l'électron. Il est connu que l'électron rayonne de l'énergie au moins dans deux cas : d'abord s'il se déplace dans le vide, animé d'un mouvement accéléré. Il s'agit là des phénomènes anciennement connus et étudiés par LORENTZ, HEAVISIDE (4), LARMOR (5), MAX ABRAHAM (6), et d'autres. Ensuite s'il traverse, d'un mouvement uniforme, un milieu diélectrique convenable (où la vitesse de phase des ondes électromagnétiques soit inférieure à la vitesse des corpuscules) : c'est l'effet TCHERENKOV, découvert en 1934 (7) (8).

Cet effet est certes très séduisant sur le plan des principes. On peut envisager son application à la technique des hyperfréquences de deux manières : traversée pure et simple d'un diélectrique approprié par les électrons, ou, comme l'a suggéré V. GINSBURG (9), passage du faisceau à travers un canal foré dans le diélectrique. Bien que les difficultés techniques paraissent insurmontables, et que la principale application de l'effet, d'ailleurs importante, soit actuellement le compteur de TCHERENKOV, nous croyons savoir que des travaux sont en cours, visant la production d'ondes millimétriques.

Par ailleurs, dès 1912, SCHOTT (10) étudie en détail le rayonnement de l'électron qui décrit une orbite circulaire. Après 1940, le développement du bétatron et du synchrotron donnent un intérêt nouveau à ce vieux problème. Mais les difficultés analytiques sont considérables, et

(1) PIERCE L 50 et travaux du C.N.E.T.

(2) WARNECKE et al : références diverses.

(3) BURRUS et GORDY 54.

(4) HEAVISIDE 02

(5) LARMOR 97

(6) ABRAHAM 03,04

(7) TCHERENKOV : références diverses.

(8) JELLEY 53

(9) GINSBURG 47,47 a, 47 b

(10) SCHOTT L 12

ce n'est que ces dernières années, avec les travaux de J. SCHWINGER (1) et des physiciens Russes (2), que le phénomène est pleinement élucidé, qu'on explique en particulier que la plus grande partie de l'énergie puisse être émise sur des longueurs d'onde du domaine visible. Ce spectre optique est observé et étudié (3). Ce rayonnement apparaît surtout, non comme un mode utile de production de radiations, mais comme un effet parasite limitant l'énergie que peuvent atteindre les accélérateurs, et c'est dans ce sens qu'on l'étudie.

Si, en effet, il ne semble pas que le mouvement circulaire soit propre à l'émission de radiations millimétriques, par contre en 1947, au M.I.T., P. COLEMAN (4) suggère le principe de ce que nous appelons l'ondulateur sinusoïdal, aimant à pôles alternés dans l'entrefer duquel se déplace le faisceau, les électrons décrivant une trajectoire sinusoïdale, donc accélérée. Il interprète la valeur de la longueur d'onde fondamentale émise en faisant appel à l'effet DOPPLER. Son travail est repris et développé dans un article théorique de H. MOTZ (5). Dans un second mémoire (6), publié en collaboration avec W. THON et R.N. WHITEHURST, puis dans une communication ultérieure (7), H. MOTZ expose les résultats expérimentaux qu'il a obtenus : émission d'un rayonnement millimétrique à partir d'électrons de 3 à 5 MeV, et de radiations visibles à partir du faisceau de 100 MeV, donné par l'accélérateur de STANFORD.

Comme on le verra, les expériences sur l'ondulateur ne peuvent être tentées avec quelque chance de succès que si on dispose d'un faisceau d'électrons fortement relativistes, fourni par un générateur fonctionnant en régime d'impulsions brèves. Ainsi c'est le développement conjoint de la technique des accélérateurs linéaires qui a permis les recherches que nous allons exposer, recherches demandées en 1950 par l'Administration des P.T.T.

La première partie de ce mémoire traite précisément de l'étude et de la construction de notre accélérateur, le chapitre I étant consacré aux guides d'ondes chargés, qui en constituent l'élément essentiel. Après un rappel de la théorie de ces guides, on expose quelques contributions théoriques, on étudie un certain nombre de guides expérimentaux, et on décrit la méthode de calcul et la réalisation du guide de l'accélérateur. Le chapitre II renferme la description de l'appareil et l'exposé des résultats obtenus lors de ses essais.

La deuxième partie : recherches sur les ondes millimétriques, commence (chapitre III) par l'étude du mouvement de l'électron dans un

(1) SCHWINGER 46,49

(2) IVANENKO et SOKOLOV L 53

(3) POLLOCK, ELDER, LANGMUIR 48

(4) COLEMAN 49,50

(5) MOTZ 51

(6) MOTZ, THON, WHITEHURST 53

(7) MOTZ 55



## Chapitre 1

# ETUDE DES GUIDES D'ONDES CHARGES

## 1 - THEORIE DES GUIDES D'ONDES CHARGES

### EQUATION AUX FREQUENCES

La théorie des guides chargés par des iris circulaires, qui constituent l'élément essentiel des accélérateurs linéaires d'électrons, a été développée par de nombreux auteurs (1), et notamment par CHU et HANSEN (2), et surtout par WALKINSHAW (3).

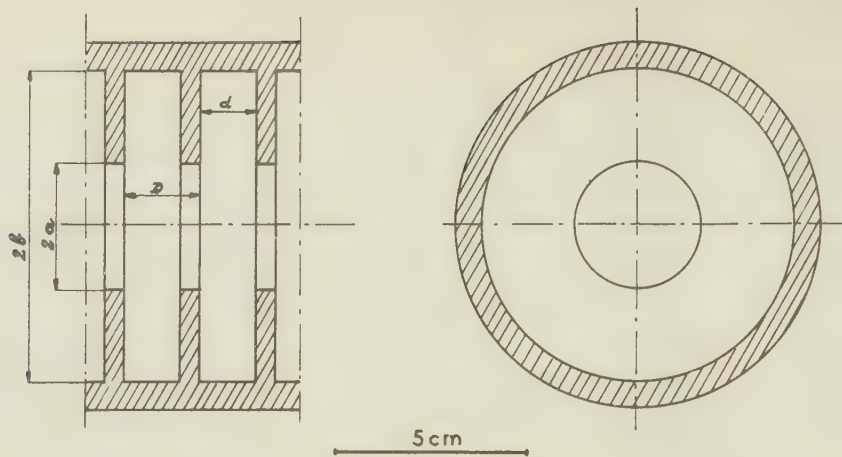
Le guide chargé (FIGURE 1) peut être divisé en deux zones : la zone intérieure ( $r < a$ ), assimilable à un guide circulaire ordinaire; et les "corrugations", qui constituent la zone extérieure ( $a < r < b$ ). Nous allons étudier les conditions de propagation, dans ce guide à structure périodique, d'une onde électromagnétique à symétrie de révolution, possédant une composante longitudinale du champ électrique, c'est-à-dire d'une onde du type électrique ( $E$ ), réduite à trois composante :  $E_x$ ,  $E_r$ , et  $H_\varphi$ .

Ecrivons d'abord, pour la zone intérieure du guide, la solution des équations de MAXWELL sous forme de séries infinies, soit en utilisant la représentation complexe habituelle (les grandeurs dépendent du temps par l'intermédiaire du facteur  $e^{i\omega t}$ : cette convention sera utilisée dans tout cet exposé).

(1) CUTLER 44, BRUCK et WICHER 47; BRILLOUIN 48, L56; SLATER 48; GROSJEAN 55, 55a; GROSJEAN et VANHUYSE 55

(2) CHU et HANSEN 47, 49

(3) WALKINSHAW 48, 49; WALKINSHAW et BELL 51, 52



GUIDE D'ONDES CHARGE

FIG. 1

$$\left\{ \begin{array}{l} E_r = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m \frac{i\beta_m}{\chi_m} J_1(\chi_m r) e^{i(\omega t - \beta_m x)} \\ E_x = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m J_0(\chi_m r) e^{i(\omega t - \beta_m x)} \\ Z_0 H_\varphi = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m \frac{ik}{\chi_m} J_1(\chi_m r) e^{i(\omega t - \beta_m x)} \end{array} \right. \quad (1)$$

Les unités sont les unités MKS rationalisées (comme dans tout ce qui suit). La signification des symboles est donnée par l'index des notations.

Les constantes de propagation  $\beta_m$  et  $\chi_m$  sont liées par la relation :

$$\beta_m^2 + \chi_m^2 = k^2 \quad (2)$$

Les phénomènes de propagation d'ondes à travers les structures périodiques sont régis par le théorème de FLOQUET-BLOCH (1). Ce théorème nous indique que les champs qui constituent une onde (de longueur guidée  $\lambda_g$ ), doivent dépendre de  $x$  par l'intermédiaire du facteur :

$$U_{\beta_0}(x) e^{-i \frac{2\pi x}{\lambda_g}} = U_{\beta_0}(x) e^{-i\beta_0 x} \quad (3)$$

(1) SLATER, L50 page 170

$U_{\beta_0}(x)$  étant une fonction périodique de  $x$ , dont la période est  $D$ , période de la structure. Cette fonction  $U_{\beta_0}(x)$  peut être développée en série de FOURIER :

$$U_{\beta_0}(x) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} U_m^{\beta_0} e^{-im \frac{2\pi x}{D}} \quad (4)$$

de sorte que le facteur (3) s'écrit :

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} U_m^{\beta_0} e^{-i(\beta_0 + m \frac{2\pi}{D})x} \quad (5)$$

En identifiant l'exponentielle  $e^{-i\beta_m x}$  de (1) et l'exponentielle  $e^{-i(\beta_0 + m \frac{2\pi}{D})x}$  de (5), il vient :

$$\beta_m = \beta_0 + m \frac{2\pi}{D} \quad (6)$$

Dans un guide lisse ordinaire, la composante  $E_x$  doit s'annuler sur la paroi ( $r = a$ ), d'où la condition :

$$J_0(\chi_m a) = 0$$

qui détermine les valeurs possibles de  $\chi_m$ . Ces valeurs étant réelles, on a :

$$\beta_m < k$$

$$\text{et } \lambda_g > \lambda_0 \quad \text{ou} \quad v_\varphi > c$$

Ici, nous cherchons au contraire, grâce à la structure cannelée du guide, à obtenir un ralentissement de la vitesse de phase :

$$v_\varphi < c \quad \text{ou} \quad \lambda_g < c$$

$$\text{et } \beta_0 > k$$

$$\chi_0 \text{ imaginaire}$$

Pour poursuivre rigoureusement le calcul, il faudrait aussi représenter

les champs à l'intérieur des corrugations par des séries analogues à (1), (mais dans lesquelles les fonctions de BESSEL seraient remplacées par des combinaisons linéaires de fonctions de BESSEL et de NEUMANN), et écrire que toutes les conditions aux limites sont satisfaites. Cette méthode est très compliquée. Aussi se contente-t-on généralement d'admettre que, dans les corrugations (dont la largeur  $d$  est petite devant  $\lambda_0$ ), il n'y a pas de propagation suivant l'axe des  $x$ , et que les champs sont stationnaires. En faisant  $\beta_m = 0$ ,  $\chi_m = k$ , on obtient l'expression des champs dans  $p^{\text{ième}}$  corrugation :

$$\begin{cases} E_r = 0 \\ E_x = B F_0(kr) e^{i(\omega t - p\beta_0 D)} \\ Z_0 H_\varphi = i B F_1(kr) e^{i(\omega t - p\beta_0 D)} \end{cases} \quad (7)$$

le facteur  $e^{-i p\beta_0 D}$  traduit le déphasage existant entre les corrugations successives.  $F_0$  est une combinaison linéaire de  $J_0$  et  $Y_0$ , et  $F_1$  la même combinaison linéaire de  $J_1$  et  $Y_1$ . Comme  $E_x$  doit s'annuler sur la paroi  $r = b$  du guide, on écrira :

$$\begin{cases} F_0(kr) = Y_0(kb) J_0(kr) - J_0(kb) Y_0(kr) \\ F_1(kr) = Y_0(kb) J_1(kr) - J_0(kb) Y_1(kr) \end{cases} \quad (8)$$

Les champs étant représentés par les équations (1) et (7), il faut écrire que ces deux solutions se raccordent l'une à l'autre sur la surface cylindrique  $r = a$  qui sépare les deux zones du guide.

La méthode utilisée par CHU et HANSEN (1) est fort simple. Elle consiste :

- 1° à limiter les développements (1) au premier terme, d'indice 0.
- 2° à évaluer, pour  $r = a$ , et au milieu de la corrugation :

$$\begin{aligned} H_\varphi(\text{int.}) \text{ et } H_\varphi(\text{ext.}) \\ E_x(\text{int.}) \text{ et } \frac{d}{D} E_x(\text{ext.}) \end{aligned}$$

(le facteur  $d/D$  tient compte du fait que le métal occupe la longueur  $D-d$  : on égale en somme les valeurs de  $H_\varphi$  et les valeurs moyennes de  $E_x$ ). Le procédé est évidemment assez approximatif, d'autant plus que  $E_r$  est fini dans la région intérieure et nul dans la corrugation.

En écrivant que les deux conditions aux limites ci-dessus sont satisfaites, et en éliminant  $A_0$  et  $B$ , on établit l'équation aux fréquences :

$$\frac{F_1(ka)}{F_0(ka)} = \frac{d}{D} ka \frac{J_1(\chi_0 a)}{(\chi_0 a) J_0(\chi_0 a)} \quad (9)$$

qui relie les constantes de propagation  $k$ ,  $\chi_0$  et les paramètres géométriques  $a$ ,  $b$ ,  $D$ ,  $d$ .

Dans des méthodes plus raffinées, on se donne une fonction, plus ou moins arbitraire, représentant le champ électrique longitudinal au bord de la corrugation. Notamment l'hypothèse de WALKINSHAW (1) consiste à admettre que, au bord de la  $p^{\text{ième}}$  corrugation, pour  $r = a$ , et  $x_{op} < x < x_{op} + d$ , le champ  $E_x$  est donné par la formule :

$$E_x = \frac{C}{\sqrt{1 - \left(\frac{2x}{d_p}\right)^2}} e^{i(\omega t - \beta_0 D)} \quad (10)$$

$C$  est une constante et  $x_p$  est défini par :  $x_p = x - (x_{op} + \frac{d}{2})$  (11)

Ce champ  $E_x$ , représenté sur la FIGURE 2, présente des singularités sur les bords des surfaces métalliques planes. Cela n'est pas choquant, puisqu'en ces points, la paroi du guide comporte des arêtes vives, (bien entendu, il n'en serait pas de même, par exemple, au fond des corrugations, où les angles vifs sont des angles rentrants).

En développant  $E_x$  donné par (10), en série de FOURIER, conformément à la relation (1), on détermine  $A_m$  :

$$A_m = C \frac{\pi d}{2 D} \frac{J_0\left(\frac{\beta_m d}{2}\right)}{J_0(\chi_m a)} \quad (12)$$

On ne peut évidemment pas identifier rigoureusement, pour  $r = a$  et  $x_{op} < x < x_{op} + d$ , les champs des deux zones du guide, puisqu'on a introduit dans le calcul une hypothèse arbitraire. On se contente d'égaliser les valeurs moyennes de  $E_x$  et de  $H_\varphi$ .

Pour  $E_x$ , le calcul, à partir de (10) et de (7), fournit la relation :

$$C \frac{\pi}{2} = B F_0(ka) \quad (13)$$

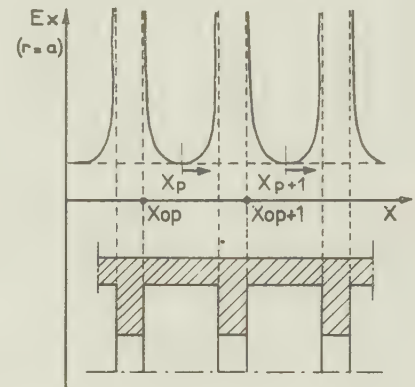


FIG. 2

Pour  $H_\varphi$ , à partir de (1) et de (7), on obtient :

$$k \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{A_m}{\chi_m} J_1(\chi_m a) \frac{\sin \frac{\beta_m d}{2}}{(\frac{\beta_m d}{2})} = B F_1(ka) \quad (14)$$

En éliminant  $A_m$ ,  $B$ ,  $C$ , entre (12), (13) et (14), on trouve l'équation aux fréquences :

$$\frac{F_1(ka)}{F_0(ka)} = \frac{d}{D} ka \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{J_1(\chi_m a)}{(\chi_m a) J_0(\chi_m a)} \frac{J_0(\frac{\beta_m d}{2}) \sin(\frac{\beta_m d}{2})}{(\frac{\beta_m d}{2})} \quad (15)$$

C'est la relation fondamentale de WALKINSHAW (1) reliant les constantes de propagation  $k$ ,  $\beta_m$ ,  $\chi_m$ , d'une part, et les paramètres géométriques  $a$ ,  $b$ ,  $D$ ,  $d$ , d'autre part.

Signalons qu'une transformation mathématique, due à GROSJEAN (2), permet de remplacer la série infinie du second membre par une série finie, dont la sommation est plus aisée.

On constate que cette relation de WALKINSHAW se réduit à la relation (9) de CHU et HANSEN si on la limite au premier terme, et si on peut considérer que  $\beta_m d$  est  $\ll 1$ , ou que  $d$  est  $\ll \lambda_g / 2\pi$ .

Ultérieurement, WALKINSHAW (3) a perfectionné sa méthode de calcul en représentant aussi par des séries les champs à l'intérieur des corrugations :

$$(16) \left\{ \begin{aligned} E_x &= \sum_{s=0}^{\infty} B_s F_0(\gamma_s r) \cos 2s \frac{\pi}{d} x_p + \sum_{s=1}^{\infty} D_s F_0(\gamma_s r) \sin (2s-1) \frac{\pi}{d} x_p \\ Z_0 H_\varphi &= \sum_{s=0}^{\infty} i B_s \frac{k}{\gamma_s} F_1(\gamma_s r) \cos 2s \frac{\pi}{d} x_p + \sum_{s=1}^{\infty} i D_s \frac{k}{\gamma_s} F_1(\gamma_s r) \sin (2s-1) \frac{\pi}{d} x_p \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \gamma_s^2 &= k^2 - (2s \frac{\pi}{d})^2 \text{ pour les termes en cosinus} \\ \gamma_s^2 &= k^2 - ((2s-1) \frac{\pi}{d})^2 \text{ pour les termes en sinus} \end{aligned} \right.$$

Le facteur  $e^{i(\omega t - \beta_0 D)}$  est sous-entendu.  $F_0(\gamma_s r)$  et  $F_1(\gamma_s r)$  sont définis par des équations analogues à (8).

(1) WALKINSHAW 48,

(2) GROSJEAN 55

(3) WALKINSHAW 49; cf aussi WALKINSHAW et BELL 51, 52 et GROSJEAN 55 a

Le champ  $E_{x_{\text{ext}}}$  donné par (1) doit être égal à  $E_{x_{\text{int}}}$  donné par (16) pour  $|x_p| < d/2$ . Il doit être nul le long de la paroi métallique pour  $d/2 < |x_p| < D/2$ .

Quant aux champs magnétiques, il suffit de les évaluer dans la zone commune  $|x_p| < d/2$ . Si on écrit ces conditions, et si on élimine les  $B_s$  et les  $D_s$ , on obtient pour déterminer les  $A_m$  un système infini d'équations linéaires homogènes, dont le déterminant séculaire constitue la relation cherchée, relation exacte, entre les dimensions du guide et les paramètres  $k$  et  $\beta_0$ . Malheureusement, cette méthode impose au calculateur un travail très lourd.

Il faut encore citer les méthodes variationnelles, dues notamment à SCHWINGER. On part d'une fonction d'essai représentant, au bord de la corrugation, le champ  $E_x$  (ou le champ  $H_\varphi$ ); on en déduit la série représentant le champ  $H_\varphi$  (ou le champ  $E_x$ ). On cherche alors quel est le flux résultant du vecteur de POYNTING à travers la surface  $r = a$  séparant les deux zones du guide. L'équation obtenue en égalant ce flux à zéro donne la fréquence : on démontre que la fréquence ainsi obtenue est stationnaire par rapport aux variations de la fonction d'essai.

Parmi ces différentes méthodes, nous avons choisi celle de WALKINSHAW, (première version). En effet elle nous a paru constituer un compromis satisfaisant entre des procédés raffinés, serrant de très près la réalité physique, mais exigeant des moyens de calcul considérables ; et des modes de calcul qui permettent des applications rapides, mais qui sont trop frustes pour rendre possible, sans retouches ultérieures, la détermination des côtes d'un guide d'accélérateur.

## 2 - BANDE PASSANTE ET DISPERSION DES GUIDES CHARGES

### APPLICATIONS ( 1 )

Nous adoptons désormais le point de vue de WALKINSHAW, en développant nos calculs à partir de l'équation (15).

Les problèmes qu'on peut se poser à propos des guides chargés sont de deux sortes : ou bien calculer les dimensions d'un guide qui doit posséder un point de fonctionnement (couple de valeurs  $\lambda_0, \lambda_g$ ) déterminé; ou bien, pour un guide déterminé, calculer la longueur d'onde guidée  $\lambda_g$  en fonction de la longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ , et en déduire la bande passante et la dispersion, que nous définirons plus loin.

Dans le premier problème, il s'agit en fait de calculer  $b, a, d$   $D$  étant fixés par d'autres considérations. Comme on connaît  $k$ , et  $\beta_0$ ,

(1) COMBE 52, 54; GROSJEAN 55, GROSJEAN et VANHUYSE 55

$\beta_m$ ,  $\chi_m$ , on peut calculer et sommer la série du second membre de (15) : on a alors, pour déterminer  $b$ , l'équation implicite :

$$\frac{F_1(ka)}{F_0(ka)} = f(b) = \text{quantité connue} \quad (17)$$

Quant au deuxième problème, il conduirait, à partir de l'équation (15) complète, à des calculs à peu près inextricables. Remarquons toutefois qu'on obtiendra une première approximation, plus ou moins exacte suivant les cas, en limitant la formule (15) au premier terme  $m=0$ .

$$\frac{F_1(ka)}{F_0(ka)} = \frac{d}{D} ka \frac{J_1(\chi_0 a)}{(\chi_0 a) J_0(\chi_0 a)} \frac{J_0\left(\frac{\beta_0 d}{2}\right) \sin\left(\frac{\beta_0 d}{2}\right)}{\left(\frac{\beta_0 d}{2}\right)} \quad (18)$$

Ainsi,  $a$ ,  $b$ ,  $d$ ,  $D$ ,  $k$  étant connus, on détermine  $\beta_0$  ou  $\lambda_g$  par l'équation :

$$\frac{J_1(\chi_0 a)}{(\chi_0 a) J_0(\chi_0 a)} \frac{J_0\left(\frac{\beta_0 d}{2}\right) \sin\left(\frac{\beta_0 d}{2}\right)}{\left(\frac{\beta_0 d}{2}\right)} = f(\lambda_g) = \frac{1}{ka} \frac{D}{d} \frac{F_1(ka)}{F_0(ka)} = \text{quantité connue} \quad (19)$$

Dans le cas particulier d'une onde se propageant à la vitesse de la lumière :

$$\lambda_g = \lambda_0 \quad \beta_0 = k \quad \chi_0 = 0$$

et comme :

$$\frac{J_1(ix)}{(ix) J_0(ix)} \text{ tend vers } \frac{1}{2} \text{ pour } x \text{ tendant vers } 0$$

on a :

$$\frac{F_1(ka)}{F_0(ka)} = \frac{d}{D} \frac{ka}{2} \frac{J_0\left(\frac{kd}{2}\right) \sin\left(\frac{kd}{2}\right)}{\left(\frac{kd}{2}\right)} \quad (20)$$

relation qui détermine  $b$ , en fonction de  $a$ ,  $d$ ,  $D$ , et  $k$ .

Mais, sans qu'il soit nécessaire d'effectuer un calcul précis de  $\lambda_g$  en fonction de  $\lambda_0$ , la théorie générale de la propagation des ondes à travers une structure périodique (1) nous apprend que la propagation n'est possible que pour certaines valeurs de  $\lambda_0$ . Il existe une infinité de bandes passantes, chacune d'entre elles étant limitée par deux valeurs de  $\lambda_0$ .

$\lambda_{01}$  qui correspond à la valeur minima de la longueur d'onde guidée :  $\lambda_{g\pi} = 2D$  ( $2D$  est le double de la période des irrégularités du milieu).

$\lambda_{02}$  qui correspond à une longueur d'onde guidée infinie.

Les courbes  $\lambda_g(\lambda_0)$  présentent la disposition alternée qu'indique la FIGURE 3. Les bandes se succèdent, en nombre infini du côté des hautes fréquences; du côté des grandes longueurs d'onde, la dernière est la bande fondamentale, qui renferme le point de fonctionnement choisi ( $\lambda_0, \lambda_g$ ). Ces résultats, très généraux, s'appliquent à la théorie des filtres électriques, en acoustique, en Physique de l'état solide (propagation dans les cristaux), etc.

Les sections de courbes de la figure 3, situées au dessus et au dessous de l'axe des  $\lambda_0$ , correspondent aux deux sens de propagation possibles. En régime d'ondes progressives pures (accélérateur), un seul sens est utilisé. Mais dans certaines mesures on produit des ondes stationnaires en faisant battre des ondes d'amplitude sensiblement égale cheminant en sens inverses. Les sections en pointillé correspondent aux termes supérieurs du développement de FOURIER, d'indice  $m$ . Ces termes influent peu sur le mouvement des électrons et sont pratiquement inaccessibles à l'expérience.

SLATER (1) utilise une représentation différente, en prenant des coordonnées inverses  $k$  et  $\beta_m$ .

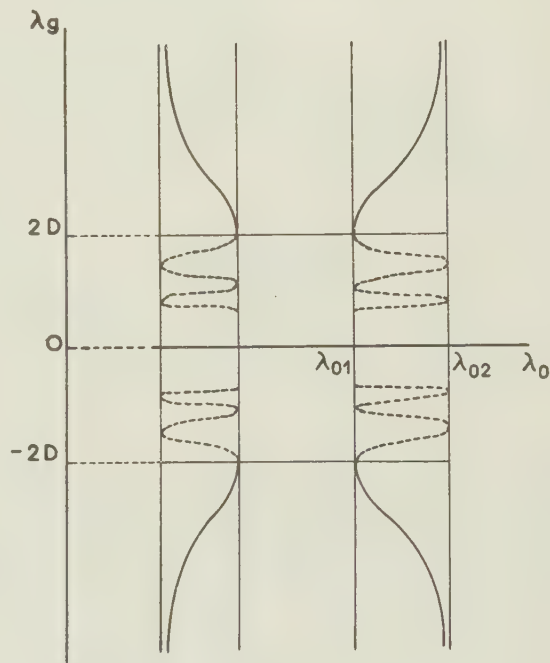


FIG. 3

#### a. Bande passante -

Nous appellerons bande passante la quantité  $\lambda_{02} - \lambda_{01}$ , dont il est intéressant d'obtenir une expression approchée.

À la coupure inférieure, on a  $\lambda_g = 2D$ , et

$$\beta_0 = \frac{2\pi}{\lambda_g} = \frac{\pi}{D}$$

et

$$\beta_m = \beta_0 + m \frac{2\pi}{D} = \frac{\pi}{D} (1 + 2m)$$

d'où

$$\beta_0 = -\beta_{-1}$$

$$\beta_1 = -\beta_{-2}$$

etc ...

Limitons la série de l'équation (15) aux termes d'indices 0 et -1. Négligeons  $k^2$  devant  $\beta_0^2$  (cela revient à négliger  $D^2$  devant  $(\lambda_0/2)^2$ ], il vient:

$$0 = \chi_0^2 + \beta_0^2$$

$$\chi_0 = \pm i\beta_0 = \pm \frac{i\pi}{D}$$

$$\text{et } \chi_1 = \pm \frac{i\pi}{D}$$

Comme  $\frac{J_1(ix)}{(ix) J_0(ix)}$  et  $\frac{J_0(x) \sin x}{x}$  sont des fonctions paires, (15) se réduit à :

$$\frac{F_1(k_1 a)}{F_0(k_1 a)} = \frac{2d}{D} k_1 a \frac{J_1\left(\frac{i\pi a}{D}\right)}{\left(\frac{i\pi a}{D}\right) J_0\left(\frac{i\pi a}{D}\right)} \frac{J_0\left(\frac{\pi d}{2D}\right) \sin\left(\frac{\pi d}{2D}\right)}{\left(\frac{\pi d}{2D}\right)} \quad (21)$$

$$\text{avec } k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_{01}} \quad (22)$$

A la coupure supérieure,  $\lambda_g \rightarrow \infty$ , on a  $\beta_0 = 0$  et  $\chi_0 = k$

Nous limiterons cette fois la série au terme  $m = 0$ .

$$\frac{F_1(k_2 a)}{F_0(k_2 a)} = \frac{d}{D} \frac{J_1(k_2 a)}{J_0(k_2 a)} \quad (23)$$

$$\text{avec } k_2 = \frac{2\pi}{\lambda_{02}} \quad (24)$$

Les formules (21) et (23) permettent une détermination graphique aisée des longueurs d'onde de coupure  $\lambda_{01}$  et  $\lambda_{02}$ , et de la bande passante  $\lambda_{02} - \lambda_{01}$ . Il suffit de tracer, en fonction de  $ka$  comme variable, les courbes représentatives des fonctions :

$$\frac{F_1(ka)}{F_0(ka)}$$

$$\frac{d}{D} \frac{J_1(ka)}{J_0(ka)}$$

et

$$\frac{2d}{D}(ka) \frac{J_1(iu)}{(iu) J_0(iu)} \frac{J_0(v) \sin v}{v}$$

avec  $u = \frac{\pi a}{D}$  et  $v = \frac{\pi d}{2D}$

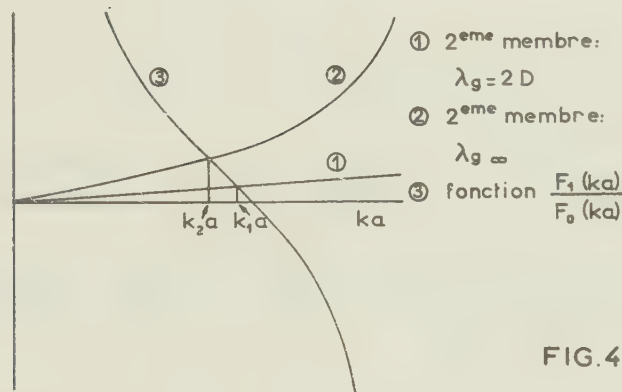


FIG.4

La première courbe coupe les deux autres en des points dont les abscisses correspondent aux coupures supérieure et inférieure (FIGURE 4).

## b. Dispersion -

Nous appelons dispersion la grandeur :

$$\mathcal{D} = \frac{\partial \lambda_g}{\partial \lambda_0} \quad (25)$$

On peut écrire :

$$\mathcal{D} = \frac{\partial}{\partial \lambda_0} \left( \frac{2\pi}{\beta_0} \right) = \frac{\partial}{\partial k} \left( \frac{2\pi}{\beta_0} \right) \frac{\partial k}{\partial \lambda_0} = -\frac{2\pi}{\beta_0^2} \frac{\partial \beta_0}{\partial k} \left( -\frac{2\pi}{\lambda_0^2} \right) = \frac{k^2}{\beta_0^2} \frac{\partial \beta_0}{\partial k}$$

$$\mathcal{D} = \left( \frac{k}{\beta_0} \right)^2 \frac{\partial \beta_0}{\partial k} \quad (26)$$

Pour rendre les calculs possibles, nous nous limiterons au cas où la longueur d'onde dans le vide et la longueur d'onde guidée sont égales :

$$k = \beta_0, \text{ et } \mathcal{D} = \frac{\partial \beta_0}{\partial k}$$

De plus nous partirons de l'équation approchée (18), qui nous donne par différentiation, tous calculs faits 1 la relation

$$\Phi_a \delta(ka) - \Phi_b \delta(kb) = \frac{1}{2} \delta\left(\frac{d}{a-k}\right) + \frac{a^3}{8} \frac{d}{D} k^2 \delta k - \frac{5}{48} a \frac{d^2}{D} \delta d - \frac{a d}{8 D} k^2 \left(a^2 + \frac{5}{6} d^2\right) \delta \beta_0 \quad (27)$$

avec

$$\Phi_a = 1 + \left(\frac{F_1^2}{F_0}\right) - \frac{1}{ka} \frac{F_1}{F_0} \quad (28)$$

$$\Phi_b = \frac{F_{11}}{F_0} + \frac{F_1 F'_{11}}{F_0^2} \quad (29)$$

$$F'_{11} = -J_0(ka) Y_1(kb) + Y_0(ka) J_1(kb) \quad (30)$$

$$F_{11} = J_1(ka) Y_1(kb) - Y_1(ka) J_1(kb) \quad (31)$$

Nous désignons les différentielles par la lettre  $\delta$  pour éviter la confusion avec la lettre  $d$ , déjà utilisée.

Comme  $\beta_0$  est fonction de  $k, a, b, d, D$ , on peut écrire

$$\delta \beta_0 = \frac{\partial \beta_0}{\partial k} \delta k + \frac{\partial \beta_0}{\partial a} \delta a + \frac{\partial \beta_0}{\partial b} \delta b + \frac{\partial \beta_0}{\partial d} \delta d + \frac{\partial \beta_0}{\partial D} \delta D \quad (32)$$

donc

$$\mathcal{D} = \frac{\partial \beta_0}{\partial k} = \frac{\delta \beta_0}{\delta k} \quad (\text{pour } \delta a = \delta b = \delta d = \delta D = 0)$$

c'est-à-dire, d'après (27)

$$\mathcal{D} = \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{\lambda_0}{a}\right)^2 \frac{D}{d} \frac{\left(\frac{b}{a} \Phi_b\right) - \Phi_a + \left(\frac{d}{2D}\right) \left(1 + \frac{\pi^2 a^2}{\lambda_0^2}\right)}{1 + \frac{5 d^2}{6 a^2}} \quad (33)$$

Quant à la vitesse de groupe  $v_g$ , elle est donnée par (1)

$$v_g = c \left( \frac{\lambda_g}{\lambda_o} \right)^2 \frac{\delta \lambda_o}{\delta \lambda_g}$$

soit

$$v_g = c \left( \frac{k}{\beta_o} \right)^2 \frac{1}{2} \quad (33\text{bis})$$

c. Tolérances relatives à la construction et au fonctionnement des guides.

Calculons d'abord les quatre dérivées de la longueur d'onde guidée par rapport aux paramètres géométriques  $a, b, d, D$ ; et d'abord  $\frac{\partial \lambda_g}{\partial a}$

$$\frac{\partial \lambda_g}{\partial a} = \frac{\partial \lambda_g}{\partial \beta_o} \frac{\partial \beta_o}{\partial a} = - \frac{2\pi}{\beta_o^2} \frac{\partial \beta_o}{\partial a} = - \frac{2\pi}{k^2} \frac{\partial \beta_o}{\partial a}$$

D'après (32) :

$$\frac{\partial \beta_o}{\partial a} = \frac{\delta \beta_o}{\delta a} \quad (\text{pour } \delta k = \delta b = \delta d = \delta D = 0)$$

et, en poursuivant le calcul d'après (27)

$$\frac{\partial \lambda_g}{\partial a} = \frac{2}{\pi^2} \left( \frac{\lambda_o}{a} \right)^3 \frac{D}{d} \frac{\Phi_a - \frac{d}{2D}}{1 + \frac{5}{6} \frac{d^2}{a^2}} \quad (34)$$

De même en faisant  $\delta k = \delta a = \delta d = \delta D = 0$ , on trouve

$$\frac{\partial \lambda_g}{\partial b} = - \frac{2}{\pi^2} \left( \frac{\lambda_o}{a} \right)^3 \frac{D}{d} \frac{\Phi_b}{1 + \frac{5}{6} \frac{d^2}{a^2}} \quad (35)$$

et d'une manière analogue

$$\frac{\partial \lambda_g}{\partial d} = - \frac{1}{\pi^2} \left( \frac{\lambda_o}{a} \right)^2 \frac{\lambda_o}{d} \frac{1 - \frac{5}{6} \frac{\pi^2 d^2}{\lambda_o^2}}{1 + \frac{5}{6} \frac{d^2}{a^2}} \quad (36)$$

et

$$\frac{\partial \lambda_g}{\partial D} = \frac{1}{\pi^2} \left( \frac{\lambda_o}{a} \right)^2 \frac{\lambda_o}{D} \frac{1}{1 + \frac{5}{6} \frac{d^2}{a^2}} \quad (37)$$

Si la fréquence de fonctionnement du tube électronique alimentant le guide varie, par suite, si  $\lambda_o$  varie, il en résulte une variation de  $\lambda_g$  facilement calculable, puisque nous avons établi l'expression de la dispersion  $\frac{\partial \lambda_g}{\partial \lambda_o}$ . La variation de  $\lambda_g$  produit une variation du nombre de longueurs

d'onde (guidée) contenu dans la longueur  $L$  du guide, d'où une certaine erreur de phase au bout de l'appareil :

cette phase étant

$$\Phi = \frac{2\pi L}{\lambda_g} \quad (38)$$

$$\text{on a} \quad \delta \Phi = - \Phi \frac{\delta \lambda_g}{\lambda_g} = - 2\pi L \frac{\delta \lambda_g}{\lambda_g^2} = - 2\pi L \mathcal{D} \frac{\delta \lambda_o}{\lambda_o^2}$$

$$\text{ou} \quad \delta \Phi = 2\pi \frac{L \mathcal{D}}{c} \delta \nu \quad (39)$$

Si on se fixe l'erreur  $\delta \Phi$  admissible, on peut donc déterminer à quelle précision il sera nécessaire de stabiliser la fréquence.

Nous donnerons des résultats numériques au paragraphe 4.

Une imprécision  $\delta a$  sur la valeur de  $a$  entraînera une erreur de phase

$$\delta \Phi = - \Phi \frac{\delta \lambda_g}{\lambda_g} = - \frac{2\pi L}{\lambda_g^2} \left( \frac{\partial \lambda_g}{\partial a} \right) \delta a$$

ou

$$\delta\Phi = - \frac{2\pi L}{\lambda_0^2} \left( \frac{\partial \lambda_g}{\partial a} \right) \delta a \quad (40)$$

On trouvera de même

$$\delta\Phi = - \frac{2\pi L}{\lambda_0^2} \left( \frac{\partial \lambda_g}{\partial b} \right) \delta b \quad (40bis)$$

En cherchant l'influence d'une erreur  $\delta D$ , il faut noter qu'elle entraîne aussi une variation de la longueur du guide

$$\frac{\delta L}{L} = \frac{\delta D}{D}$$

et

$$\frac{\delta\Phi}{\Phi} = \frac{\delta L}{L} - \frac{\delta \lambda_g}{\lambda_g} = \frac{\delta D}{D} - \frac{1}{\lambda_g} \left( \frac{\partial \lambda_g}{\partial D} \right) \delta D = \left( \frac{1}{D} - \frac{1}{\lambda_0} \frac{\partial \lambda_g}{\partial D} \right) \delta D$$

ou

$$\delta\Phi = \frac{2\pi L}{\lambda_0} \left( \frac{1}{D} - \frac{1}{\lambda_0} \frac{\partial \lambda_g}{\partial D} \right) \delta D \quad (40ter)$$

Enfin, comme une erreur  $\delta d$  n'influe pas sur la longueur  $L$  :

$$\delta\Phi = - \frac{2\pi L}{\lambda_0^2} \frac{\partial \lambda_g}{\partial d} \delta d \quad (40quater)$$

Il faut remarquer que la dispersion  $\mathcal{D}$ , et les dérivés  $\frac{\partial \lambda_g}{\partial a}$ , etc.

ne sont pas des grandeurs indépendantes. Effectuons en effet une homothétie en imposant à  $a$ ,  $b$ ,  $d$ ,  $D$ , et aussi à  $\lambda_0$  la même variation relative:  $\lambda_g$  subit la même variation, et l'on a

$$\frac{\delta \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\delta a}{a} = \frac{\delta b}{b} = \frac{\delta d}{d} = \frac{\delta D}{D} = \frac{\delta \lambda_g}{\lambda_g} \quad (41)$$

Comme on a aussi

$$\delta \lambda_g = \frac{\partial \lambda_g}{\partial \lambda_0} \delta \lambda_0 + \left( \frac{\partial \lambda_g}{\partial a} \delta a + \dots \text{etc} \right) = \mathcal{D} \delta \lambda_0 + \left( \frac{\partial \lambda_g}{\partial a} \delta a + \dots \text{etc} \right)$$

on peut écrire

$$\lambda_0 \left( \frac{\lambda_g}{\lambda_0} - \mathcal{D} \right) = a \frac{\partial \lambda_g}{\partial a} + b \frac{\partial \lambda_g}{\partial b} + d \frac{\partial \lambda_g}{\partial d} + \mathcal{D} \frac{\partial \lambda_g}{\partial \mathcal{D}} \quad (42)$$

Calculons maintenant l'effet d'une variation de température  $\delta\theta$  °C. On a, en appelant  $\alpha$  le coefficient de dilatation linéaire du métal constituant le guide.

$$\frac{\delta a}{a} = \frac{\delta b}{b} = \frac{\delta d}{d} = \frac{\delta \mathcal{D}}{\mathcal{D}} = \frac{\delta L}{L} = \alpha \delta \theta$$

donc

$$\delta \lambda_g = \frac{\partial \lambda_g}{\partial a} \delta a + \dots = \left( a \frac{\partial \lambda_g}{\partial a} + \dots \right) \alpha \delta \theta = \lambda_0 \left( \frac{\lambda_g}{\lambda_0} - \mathcal{D} \right) \alpha \delta \theta$$

et

$$\frac{\delta \lambda_g}{\lambda_g} = \left( 1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \mathcal{D} \right) \alpha \delta \theta \quad (43)$$

et enfin

$$\frac{\delta \Phi}{\Phi} = \frac{\delta L}{L} - \frac{\delta \lambda_g}{\lambda_g} = \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \mathcal{D} \alpha \delta \theta \quad (44)$$

### 3 - PUISSANCES TRANSMISE ET ABSORBÉE PAR LES GUIDES CHARGES. COEFFICIENT D'ATTENUATION (1).

Nous désignerons par  $P_0$  la puissance alimentant le guide à l'origine ( $x = 0$ ), et par  $P_t$  la puissance transmise, à une distance  $x$  de l'origine ( $P_0$  et  $P_t$ , et plus loin, les grandeurs analogues sont des valeurs moyennes). La puissance  $P_t$  est la moyenne du flux du vecteur de POYNTING  $\vec{N}$  à travers la surface de la partie centrale du guide ( $0 < r < a$ ) :

$$\vec{N} = \vec{E} \times \vec{H}$$

$$P_t = \iint \vec{N} \cdot d\vec{S} = \iint (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{S} \quad (45)$$

Comme c

(1) COMBE, 54a; COMBE et FEIX, 54.

or (1)

$$\vec{N} = \overline{(\vec{E} \times \vec{H})} = \frac{1}{4} [(\vec{E}^* \times \vec{H}) + (\vec{E} \times \vec{H}^*)] \quad (46)$$

donc

$$P_t = \frac{1}{4} \iint [(\vec{E}^* \times \vec{H}) + (\vec{E} \times \vec{H}^*)] \cdot d\vec{S} \quad (47)$$

Comme on a  $d\vec{S} = dS \vec{i}$  (en appelant  $\vec{i}$  le vecteur unitaire suivant Ox),

$$P_t = \frac{1}{4} \iint [(\vec{E}^* \times \vec{H})_x + (\vec{E} \times \vec{H}^*)_x] dS \quad (48)$$

et comme

$$(\vec{E} \times \vec{H})_x = E_r H_\varphi - E_\varphi H_r = E_r H_\varphi$$

il vient finalement

$$P_t = \frac{1}{4} \iint (E_r^* H_\varphi + E_r H_\varphi^*) dS \quad (49)$$

Nous effectuerons ce calcul à partir des valeurs des champs  $E_r$  et  $H_\varphi$  données par les expressions (1) limitées au premier terme, c'est-à-dire, en remplaçant  $A_0$  par  $E_0$ .

$$\begin{cases} E_r = iE_0 \frac{\beta_0}{\chi_0} J_1(\chi_0 r) e^{i(\omega t - \beta_0 x)} \\ H_\varphi = i \frac{E_0 k}{Z_0 \chi_0} J_1(\chi_0 r) e^{i(\omega t - \beta_0 x)} \end{cases} \quad (50)$$

En portant ces expressions dans (49), il vient

$$P_t = \frac{1}{4} \int_0^a \int_0^{2\pi} 2 \frac{E_0^2}{Z_0} \frac{k\beta_0}{\chi_0^2} J_1^2(\chi_0 r) r dr d\varphi = \frac{\pi E_0^2}{Z_0} \frac{k\beta_0}{\chi_0^2} \int_0^a J_1^2(\chi_0 r) r dr$$

$$P_t = \frac{\pi E_0^2}{Z_0} \frac{k\beta_0}{\chi_0^2} \frac{a^2}{2} [J_1^2(\chi_0 a) - J_0(\chi_0 a) J_2(\chi_0 a)] \quad (51)$$

Cette formule <sup>(1)</sup> donne la puissance transmise par le guide, lorsqu'on connaît le rayon intérieur  $a$ , l'intensité maxima  $E_0$  du champ électrique longitudinal, la longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$  (d'où  $k$ ) et la longueur d'onde guidée  $\lambda_g$  (d'où  $\beta_0$  et  $\chi_0$ ).

Si la vitesse de phase de l'onde est égale à la vitesse de la lumière on a  $\lambda_g = \lambda_0$ ,  $\beta_0 = k$  et  $\chi_0 = 0$ . En tenant compte de

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{J_1^2(x)}{x^2} = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} J_0(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{J_2(x)}{x^2} = \frac{1}{8}$$

on trouve alors

$$P_t = \frac{\pi^3}{4Z_0} \frac{E_0^2 a^4}{\lambda_0^2} \quad (52)$$

Nous allons maintenant calculer la puissance absorbée par le guide, c'est-à-dire dissipée par effet JOULE dans les parois métalliques. Désignons par  $P_d dx$  la puissance (moyenne) dissipée dans une longueur  $dx$  du guide. La puissance totale moyenne perdue dans une corrugation sera

$$P_c = P_d D = P_1 + P_2 + P_3 \quad (53)$$

ces trois termes correspondant : 1° / aux parois cylindriques intérieures ( $r = a$ ); 2° / aux parois cylindriques extérieures ( $r = b$ ); 3° / aux parois latérales planes ( $a < r < b$ ). Chacun de ces termes est encore donné par une intégrale analogue à (47) moyenne de l'intégrale du flux du vecteur de POYNTING à travers la surface métallique latérale considérée. Ces intégrales ne font intervenir que les composantes tangentielles des champs  $E_{tg}$  et  $H_{tg}$ . Les composantes  $H_{tg}$  ( $H_\varphi$ ) sont celles qui ont été précédemment calculées. Si le métal était un conducteur parfait, les champs électriques tangentiels  $E_{tg}$  ( $E_x$  et  $E_r$ ), au contact du métal, seraient nuls, ainsi par conséquent que les termes  $P_1$ ,  $P_2$  et  $P_3$ . Mais, en raison de la valeur finie de la conductibilité, il apparaît précisément des champs électriques tangentiels,  $E_{tg}$  et  $H_{tg}$  étant liés par la relation

$$|E_{tg}| = |Z| |H_{tg}| \quad (54)$$

(1) WALKINSHAW 48.

$Z$  étant l'impédance d'onde, qui a pour expression (1)

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon - i \frac{\sigma}{\omega}}} \quad (55)$$

$\sigma$  étant la conductivité du métal. Nous la supposerons assez élevée, pour qu'on puisse négliger le courant de déplacement devant le courant de conduction. Cela revient à négliger  $\varepsilon$  devant  $\frac{\sigma}{\omega}$ , et à trouver ainsi

$$Z = (1 + i) \eta \quad (56)$$

avec

$$\eta = \sqrt{\frac{\pi \mu \nu}{\sigma}} \quad (57)$$

Calcul de  $P_1$ , puissance dissipée dans les parois cylindriques de la zone intérieure du guide ( $r = a$ ).

Le calcul du flux du vecteur de POYNTING dirigé suivant l'axe radial équivaut au calcul de l'intégrale

$$\begin{aligned} P &= -\frac{1}{4} \iint [(\vec{E}^* \times \vec{H})_r + (\vec{E} \times \vec{H}^*)_r] dS \\ &= -\frac{1}{4} \iint (E_x^* H_\varphi + E_x H_\varphi^*) dS \end{aligned} \quad (58)$$

Prise avec les signes, la relation (54) s'écrit

$$E_x = -Z H_\varphi = -(1 + i) \eta H_\varphi \quad (59)$$

En portant dans (58)

$$P = -\frac{\eta}{4} \iint [(1 - i) H_\varphi^* H_\varphi + (1 + i) H_\varphi H_\varphi^*] dS$$

ou

$$P = -\frac{\eta}{2} \iint H_\varphi H_\varphi^* dS \quad (60)$$

Pour  $H_\varphi$ , nous prenons l'expression générale des champs dans la zone intérieure, limitée en premier terme, c'est-à-dire la formule (50).

$$H_{\varphi} = i \frac{E_0}{Z_0} \frac{k}{\chi_0} J_1(\chi_0 r) e^{i(\omega t - \beta_0 x)}$$

Substituons dans (60)

$$P_1 = -\frac{\eta}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^{D-d} H_{\varphi} H_{\varphi}^* dS = -\frac{\eta}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^{D-d} \frac{E_0^2}{Z_0^2} \frac{k^2}{\chi_0^2} J_1^2(\chi_0 a) a d\varphi dx$$

ou

$$P_1 = \pi \eta \frac{E_0^2}{Z_0^2} \frac{k^2}{\chi_0^2} J_1^2(\chi_0 a) a (D-d) \quad (61)$$

Calcul de  $P_2$ , puissance dissipée dans les parois cylindriques d'une corrugation ( $r = b$ ). Ce calcul est analogue au précédent. Nous avons encore à évaluer une intégrale du type (60), mais à partir de l'expression du champ  $H_{\varphi}$  dans la corrugation, soit d'après (7)

$$H_{\varphi} = i \frac{B}{Z_0} F_1(kr) e^{i(\omega t - \beta_0 D)}$$

avec, d'après (12) et (13)

$$B = E_0 \frac{D}{d} \frac{J_0(\chi_0 a)}{J_0(\frac{\beta_0 d}{2})} \frac{1}{F_0(ka)} \quad (62)$$

Pour  $r = b$ , et en laissant tomber le facteur  $e^{-i\beta_0 D}$

$$H_{\varphi} = i \frac{B}{Z_0} F_1(kb) e^{i\omega t} \quad (63)$$

En substituant dans (60)

$$P_2 = -\frac{\eta}{2} \int_0^{2\pi} \int_{D-d}^D H_{\varphi} H_{\varphi}^* dS = -\frac{\eta}{2} \int_0^{2\pi} \int_{D-d}^D \frac{B^2}{Z_0^2} F_1^2(kb) b d\varphi dx$$

ou

$$P_2 = \pi \eta \frac{E_0^2}{Z_0^2} \frac{D^2}{d} \left( \frac{J_0(\chi_0 a)}{J_0(\frac{\beta_0 d}{2})} \frac{F_1(kb)}{F_0(ka)} \right)^2 bd \quad (64)$$

Calcul de  $P_3$ , puissance dissipée dans les deux parois planes d'une corrugation.

Comme il s'agit maintenant d'évaluer un flux à travers une surface normale à l'axe  $Ox$ , nous avons à évaluer l'intégrale

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{4} \iint [(\vec{E}^* \times \vec{H})_x + (\vec{E} \times \vec{H}^*)_x] dS \\ &= \frac{1}{4} \iint (E_r^* H_\varphi + E_r H_\varphi^*) dS \end{aligned} \quad (65)$$

la relation (59) doit être remplacée par

$$E_r = + Z H_\varphi = + (1 + i) \eta H_\varphi \quad (66)$$

En portant dans (65)

$$P = \frac{\eta}{4} \iint [(1-i) H_\varphi^* H_\varphi + (1+i) H_\varphi H_\varphi^*] dS = \frac{\eta}{2} \iint H_\varphi H_\varphi^* dS$$

la formule (60) est donc valable dans tous les cas.  $H_\varphi$  est donné par (63) en laissant à  $r$  une valeur quelconque :

$$H_\varphi = i \frac{B}{Z_0} F_1(kr) e^{i\omega t}$$

En substituant dans (60), et pour les deux faces planes

$$P_3 = 2 \frac{\eta}{2} \int_0^{2\pi} \int_a^b H_\varphi H_\varphi^* dS = \eta \int_0^{2\pi} \int_a^b \frac{B^2}{Z_0^2} F_1^2(kr) r d\varphi dr = 2\pi\eta \frac{B^2}{Z_0^2} \int_a^b F_1^2(kr) r dr$$

ou

$$P_3 = \pi\eta \frac{E_0^2}{Z_0^2} \left( \frac{D}{d} \right)^2 \left[ \frac{J_0(\chi_0 a)}{J_0\left(\frac{\beta_0 d}{2}\right)} \right]^2 \left\{ b^2 \left[ \frac{F_1(kb)}{F_0(ka)} \right]^2 - a^2 \left[ \frac{F_1(ka)}{F_0(ka)} \right]^2 - \frac{F_2(ka)}{F_0(ka)} \right\} \quad (67)$$

Le coefficient d'atténuation  $\Gamma$  du guide est défini par

$$P_t(x) = P_0 e^{-2\Gamma x} \quad (68)$$

En différentiant :  $dP_t = -2\Gamma P_t dx = -P_d dx$

donc

$$\Gamma = \frac{P_d}{2P_t} \quad (69)$$

Exprimé en décibels par unité de longueur, ce coefficient d'atténuation vaut

$$\Gamma_{db} = 10 \log_{10} \frac{P_t}{P_t - P_d} = 4,343 \log \frac{P_t}{P_t - P_d} \simeq 4,343 \frac{P_d}{P_t} \quad (70)$$

On peut donc calculer  $\Gamma_{db}$  à partir de  $P_d$  et  $P_t$ , c'est-à-dire en utilisant les formules (51), (53), (61), (64) et (67). Pour des valeurs numériques, on se reportera encore au paragraphe 4.

TABLEAU I  
GUIDES EXPERIMENTAUX  
CARACTERISTIQUES PRINCIPALES

| N°<br>Guide | D<br>(mm) | d<br>(mm) | 2a<br>(mm) | 2b<br>(mm) | $v\varphi$ | W<br>(keV) | P <sub>0</sub><br>(kW) | E <sub>0</sub><br>kV/cm |
|-------------|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------------------|-------------------------|
| 1           | 10        | 7,5       | 33,10      | 82,86      | c          | $\infty$   | 500                    | 18                      |
| 2           | 10        | 7,5       | 29,38      | 82,44      | 0,6953 c   | 200        | 500                    | 18                      |
| 3           | 10        | 7,5       | 23,78      | 82,00      | 0,4127 c   | 50         | 500                    | 18                      |
| 4           | 10        | 7,5       | 23,40      | 79,13      | c          | $\infty$   | 500                    | 36                      |
| 5           | 10        | 7,5       | 46,81      | 87,87      | c          | $\infty$   | 500                    | 9                       |
| 6           | 20        | 15        | 33,10      | 82,92      | c          | $\infty$   | 500                    | 18                      |
| 7           | 20        | 15        | 23,40      | 79,59      | c          | $\infty$   | 500                    | 36                      |
| 8           | 10        | 7,5       | 31,30      | 82,18      | c          | $\infty$   | 400                    | 18                      |
| 9           | 10        | 7,5       | 29,14      | 81,46      | c          | $\infty$   | 300                    | 18                      |

#### 4.- ETUDE EXPERIMENTALE DES GUIDES CHARGES

##### a. Programme.

Comme on l'a vu, la théorie de WALKINSHAW n'est qu'approximative. De plus, les formules donnant l'intensité du champ électrique sur l'axe, la dispersion, les tolérances diverses, et les coefficients d'atténuation, sont encore plus approximatives, puisqu'elles ont été obtenues en limitant au premier terme d'indice  $m=0$ , le deuxième membre de l'équation de WALKINSHAW. Aussi avons-nous pensé qu'il était indispensable d'entreprendre une étude expérimentale des guides à iris.

Il fallait en premier lieu construire des sections de guides, à caractéristiques constantes, de longueur suffisante pour permettre des mesures assez précises.

Les paramètres caractérisant un guide sont :

- 1°) la fréquence de fonctionnement  $\nu_0$ , ou la longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ .
- 2°) la vitesse de propagation (vitesse de phase) de l'onde,  $\nu_\varphi$ , ou la longueur d'onde guidée  $\lambda_g = \lambda_0 \frac{\nu_\varphi}{c}$
- 3°) la puissance haute fréquence  $P_0$  alimentant le guide.
- 4°) l'intensité  $E_0$  du champ électrique longitudinal sur l'axe.
- 5°) le pas  $D$
- 6°) le rapport  $d/D$

Le tableau I donne les caractéristiques des guides n° 1 à 9, que nous avons considérés. Les sept premiers ont été effectivement construits.

Ces guides diffèrent les uns des autres par les valeurs soit de  $\nu_\varphi$  soit de  $P_0$ , soit de  $E_0$ , soit de  $D$ .

Dans notre étude, la valeur de  $\lambda_0$ , au point de fonctionnement, est toujours 10 cm.

Les vitesses de phase qui nous intéressaient étaient comprises entre 0,4127 c (correspondant à des électrons de 50 keV), et 0,9834 c (électrons de 2,3 MeV).

En fait les vitesses de phase dans nos guides sont égales à  
 $0,4127 \text{ c}$

$\text{c}$  (au lieu de  $0,9834 \text{ c}$ , cela pour simplifier les  
 calculs)

et à une valeur intermédiaire :

$0,6953 \text{ c}$  (correspondant à des électrons de  $200 \text{ keV}$ )

Pour une valeur donnée de  $P_0$  on est maître dans une certaine mesure de l'intensité du champ  $E_0$  : on l'augmente en diminuant le rayon  $a$  de l'ouverture centrale (notamment, pour  $v_{\varphi} = c$ ,  $E_0$  varie comme  $a^{-2}$ ). Mais il importe d'étudier les conséquences de la diminution de  $a$  sur la dispersion, le coefficient d'atténuation, etc... Aussi avons-nous été conduits à envisager différentes combinaisons de valeurs de  $P_0$  et  $E_0$ .

Il y a intérêt, toutes choses égales d'ailleurs, à augmenter la longueur du pas  $D$ , afin de diminuer les pertes en diminuant l'étendue des surfaces métalliques. Il faut cependant, pour que la structure du guide ne soit pas trop discontinue, que le pas soit contenu au moins quatre ou cinq fois dans la longueur d'onde guidée  $\lambda_g$ , soit donc ici compris entre 1 et 2 cm. Nous avons adopté deux valeurs de  $D$  : 1 et 2 cm. Par contre, nous avons pris le rapport  $d/D$  uniformément égal à 0,75.

#### b. Méthode de calcul.

On désire réaliser un guide chargé dans lequel la longueur d'onde guidée  $\lambda_g$  correspond à la longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ ; et dans lequel l'intensité du champ électrique sur l'axe est  $E_0$  si la puissance moyenne transmise est  $P_t$ . Pour achever de définir le problème, aux données de  $\lambda_0$  (ou  $k$ ),  $\lambda_g$  (ou  $\beta_0$ ),  $P_t$ , et  $E_0$ , on ajoute celles de  $D$  et  $d$ , dont les valeurs sont fixées à priori.

On calcule d'abord le rayon intérieur  $a$  au moyen de la formule  
 (51).

En posant

$$x = \chi_0 a$$

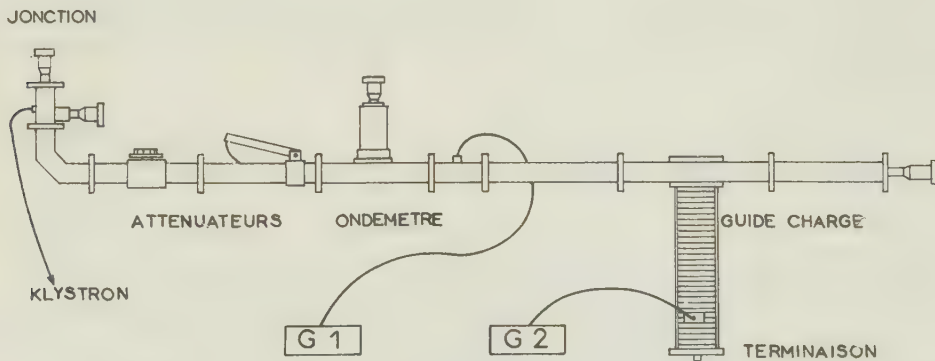
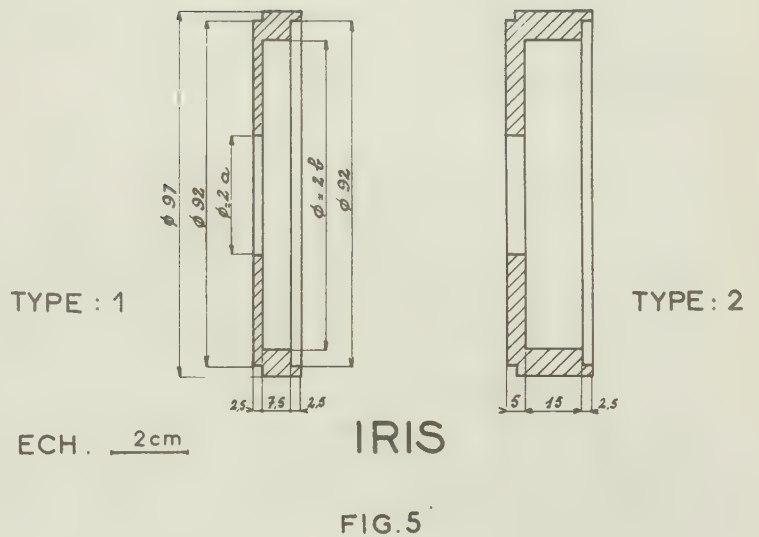
$$y = (\chi_0 a)^2 [J_1^2(\chi_0 a) - J_0(\chi_0 a) J_2(\chi_0 a)] = x^2 [J_1^2(x) - J_0(x) J_2(x)]$$

il vient

$$y(x) = \frac{2}{\pi} \frac{Z_0 P_t}{E_0^2} \frac{\chi_0^4}{k \beta_0}$$

Si on a calculé une table de la fonction  $y(x)$  on détermine facilement  $a$  par interpolation numérique ou graphique.

Il faut ensuite calculer  $b$  à partir de la relation (15), comme il a été dit page , soit d'abord calculer les termes de la série du second membre (en général jusqu'à  $m = \pm 5$ . Après sommation, on obtient ainsi  $F_1(ka) / F_0(ka)$ , d'où, puisqu'on connaît  $a$ ,  $Y_0(kb) / J_0(kb)$ , et finalement  $kb$ , et  $b$ , par approximations successives.



MESURE DES LONGUEURS D'ONDES GUIDEES

FIG. 6

On calcule enfin les longueurs d'onde de coupure, la dispersion les dérivées  $\frac{\partial \lambda_g}{\partial a}$ ,  $\frac{\partial \lambda_g}{\partial b}$ , ... etc, et les coefficients d'atténuation, par les formules données plus haut.

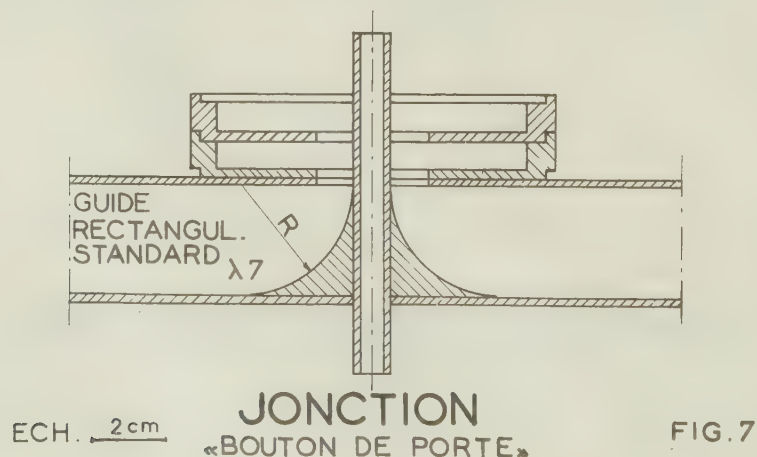
### c. Fabrication des guides.

Les iris sont du modèle classique représenté par la figure 5. Emboîtés les uns dans les autres, ils sont empilés par vingt ou quarante, et, maintenus serrés entre deux plaques d'extrémité reliées par des tiges filetées, constituent des guides d'une longueur uniforme de 40 cm.

La pénurie de cuivre qui régnait à l'époque où cette étude fut entreprise nous a contraint de fabriquer les iris en alliage d'aluminium. On essaya d'abord de les tourner à partir d'ébauches coulées en alliage de fonderie **AS4 G**. Les résultats furent très médiocres : aussi les usina-t-on ensuite à partir d'une barre de duralumin. Ils n'ont pas été rectifiés, ni argentés.

Tous les iris ont subi un contrôle de dimensions au micromètre pneumatique SOLEX, étalonné avec un jeu de cales étalons de "La Précision Mécanique", et dont la précision atteint aisément  $3\mu$ . Pour que cela aît un sens, il faut naturellement que la température soit assez bien définie, à  $2^\circ \text{C}$  près environ.

Voici pour certains guides, à titre d'exemple, les valeurs des diamètres moyens mesurés, comparés aux valeurs nominales :



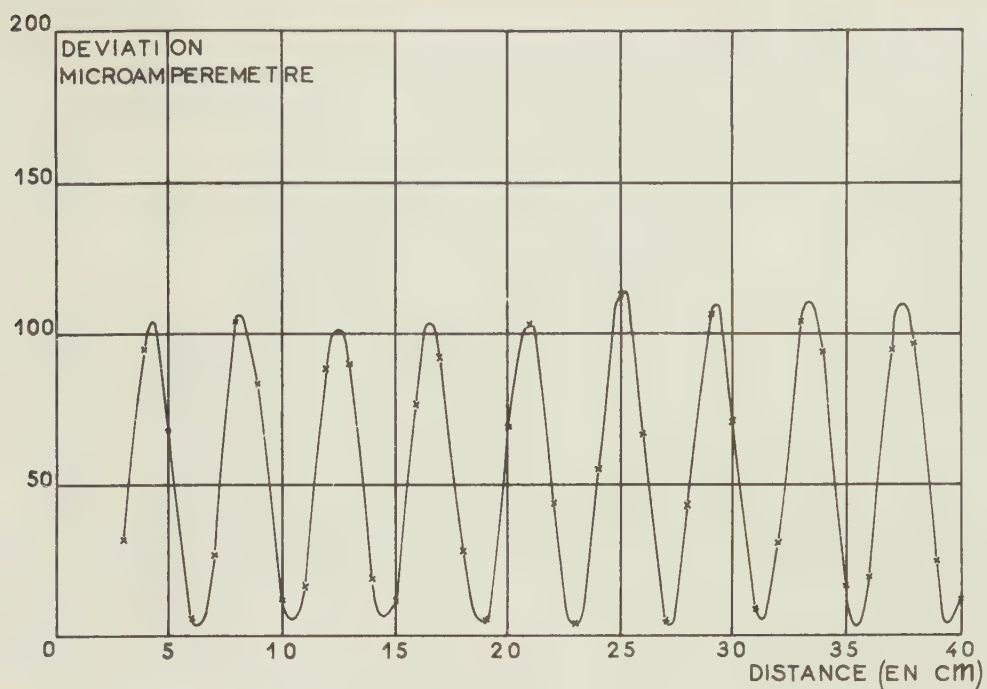
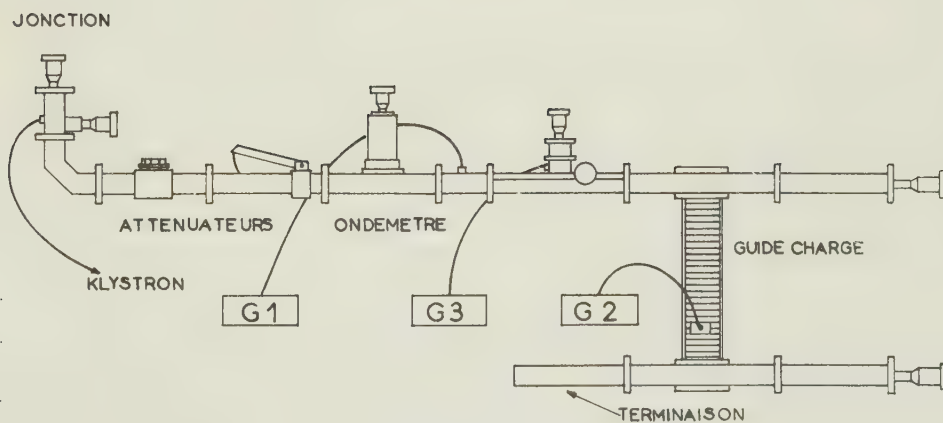


DIAGRAMME D'ONDES STATIONNAIRES

FIG. 8



ADAPTATION DU GUIDE CHARGE

FIG. 9



|              |                      |                    |                   |
|--------------|----------------------|--------------------|-------------------|
| GUIDE N° 4 : | diamètre intérieur : | 23,365 $\pm$ 0,006 | au lieu de 23,400 |
|              | extérieur :          | 79,118 $\pm$ 0,005 | 79,130            |
| 5            | intérieur :          | 46,808 $\pm$ 0,008 | 46,810            |
|              | extérieur :          | 87,841 $\pm$ 0,011 | 87,870            |
| 6            | intérieur :          | 33,090 $\pm$ 0,004 | 33,100            |
|              | extérieur :          | 82,909 $\pm$ 0,004 | 82,920            |
| 7            | intérieur :          | 23,404 $\pm$ 0,002 | 23,400            |
|              | extérieur :          | 79,569 $\pm$ 0,003 | 79,590            |

Les diamètres des iris sont constants, dans une série donnée, à  $\pm 5 \mu$  près. Par contre, l'écart moyen des côtes réelles par rapport aux côtes nominales s'établit à 20  $\mu$  environ.

Le système d'emboîtement des iris, qui conditionne le centrage de tous les éléments d'un guide, n'a pas créé de difficultés, bien qu'il nécessite, au tour, un travail en reprise, de nature à diminuer légèrement la précision des pièces.

#### d. Méthodes de mesures

1. Les mesures les plus importantes sont celles de la **vitesse de propagation** des ondes en fonction de la fréquence, c'est-à-dire les mesures de la longueur d'onde guidée  $\lambda_g$  en fonction de la longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ .

Elles se font à l'aide du banc représenté schématiquement par la figure 6, en produisant dans le guide, fermé par une plaque métallique un régime d'ondes stationnaires.

Ce banc de mesures est alimenté par un klystron SPERRY 2K 41 (gamme couverte : de  $\lambda_0 = 12$  à  $\lambda_0 = 9$  cm), et éventuellement par un 2K 42 (gamme ouverte de  $\lambda_0 = 9$  à  $\lambda_0 = 6,5$  cm). Le guide rectangulaire standard (gamme  $\lambda_7$ , dimensions intérieures 66,3  $\times$  29,5 mm) est relié au guide à iris par une jonction, très classique, du type dit en "bouton de porte" (doorknob), représentée par la figure 7. Le tube qui la traverse est, dans l'accélérateur, un collimateur permettant le passage du faisceau.

Deux ondemètres, construits spécialement, ont été étalonnés par le Laboratoire National de Radioélectricité (L.N.R.). Le premier est un appareil à cavité cylindrique et piston sans contact, fonctionnant suivant le mode  $TE_{111}$  : il couvre la bande 2840-3190 Mc/s (longueurs d'onde : 10,56 à 9,40 cm). Le second, du type à cavité hybride, couvre une très large bande : 2140 à 4050 Mc/s (longueurs d'onde 14 à 7,4 cm).

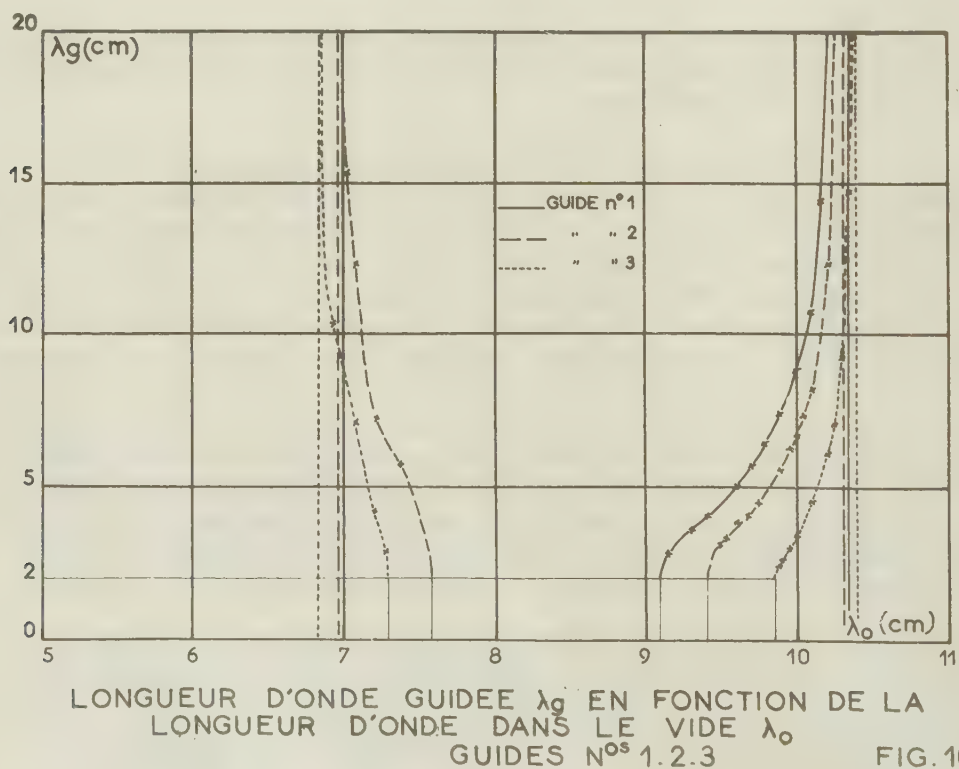
Chaque iris est percé latéralement d'un trou de 4 mm de diamètre, qui permet d'introduire une sonde magnétique, de relever point par point le diagramme d'ondes stationnaires, et d'en déduire  $\lambda_g$ . L'interprétation des mesures est assez délicate et demande quelque habitude lorsque  $\lambda_g$  est inférieur à 4 ou 5 cm. En guise d'exemple, la figure 8 reproduit

un diagramme d'ondes stationnaires du guide n° 5.

2. Les mesures concernant l'adaptation sont plus difficiles. Rappelons d'abord que l'adaptation d'un élément de circuit, dans la technique des hyperfréquences, vise à supprimer toute réflexion des ondes électromagnétiques sur lui. Il s'agit donc maintenant de créer un régime d'ondes progressives pures dans le guide chargé et dans le guide rectangulaire d'entrée. Dans ce but, et c'est le montage représenté par la figure 9, le guide, du côté opposé à l'arrivée du signal, est relié par une deuxième jonction en bouton de porte à un guide rectangulaire, fermé par une terminaison adaptée, et par un piston de court-circuit. Pour adapter chacune des deux jonctions, on dispose de deux paramètres : la position du piston et l'enfoncement du collimateur.

On commence par régler la jonction de sortie, le T.O.S. (taux d'ondes stationnaires) dans le guide à iris étant mesuré par relevé à la sonde, comme il a été expliqué. On règle ensuite le jonction d'entrée, le T.O.S. dans le guide d'entrée étant mesuré avec une ligne de mesure d'impédances.

Si l'adaptation à l'entrée est une opération précise et rapide, le réglage à la sortie est une opération longue et délicate. On démontre bien, il est vrai (1) que, si le quadripôle que constitue la jonction



(1) GOUDET 50.

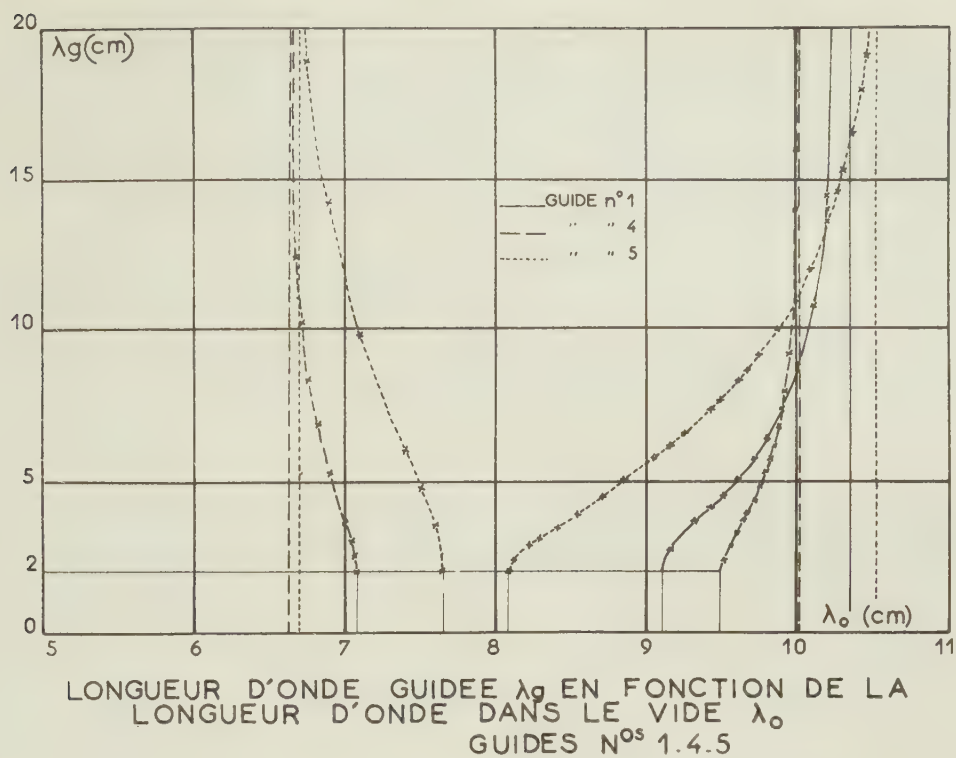


FIG.11

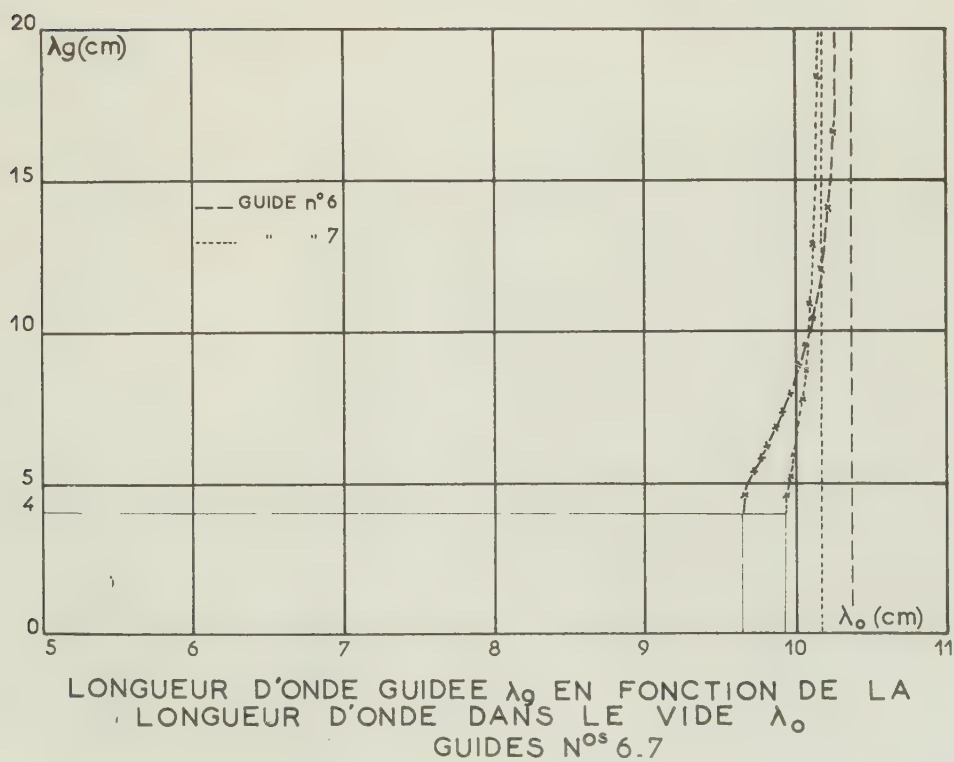


FIG.12



était sans pertes, l'adaptation, supposée réalisée dans un sens, le serait également en sens inverse. On pourrait alors opérer très simplement, et mesurer le T.O.S. à l'envers, en montant un klystron et une ligne de mesures dans le guide rectangulaire de sortie. Malheureusement, les pertes n'étant pas ici négligeables, nous n'avons pas pu retenir cette méthode.

3. Deux méthodes sont utilisables pour obtenir une valeur, d'ailleurs assez imprécise, de l'atténuation :

a/. le guide étant adapté des deux côtés, on remplace la terminaison par une plaque de court-circuit et on mesure le T.O.S. dans le guide rectangulaire d'entrée : ce T.O.S. est d'autant plus petit que le guide chargé atténue davantage.

b/. le guide étant adapté à la sortie, on mesure le rapport des champs à ses deux extrémités, en tenant compte de la relation qui lie la valeur de  $H_\varphi$  sur la circonférence extérieure (valeur que mesure la sonde), et la valeur de  $E_x$  sur l'axe.

#### e. Résultats

TABLEAU II

Les courbes données sur les figures 10, 11, et 12, représentent les variations de  $\lambda_g$  en fonction de  $\lambda_o$ . On voit que leur allure générale est conforme aux prévisions théoriques. De part et d'autre du point de fonctionnement s'étend une bande passante limitée par les deux valeurs de  $\lambda_o$  correspondant à  $\lambda_g = \lambda_o$ , et à  $\lambda_g = 2 \text{ cm}$  (4 cm pour les guides n° 6 et 7). Pour les guides n° 2, 3, 4, et 5, nous avons de plus mis en évidence, dans la gamme de fréquences explorée, une deuxième bande passante. (Un autre

#### GUIDES EXPERIMENTAUX PROPAGATION DES ONDES

| GUIDE N°                 | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     |
|--------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\lambda_g$ th.(cm)      | 10    | 6,95  | 4,13  | 10    | 10    | 10    | 10    |
| $\lambda_g$ exp.(cm)     | 8,90  | 6,90  | 3,50  | 15,2  | 11,10 | 8,80  | 6,70  |
| $\lambda_o$ exp.(cm)     | 10,07 | 10,01 | 10,06 | 9,95  | 9,85  | 10,07 | 10,07 |
| $\lambda_{o1}$ th.(cm)   | 8,85  | 9,30  | 9,78  | 9,45  | 7,98  | 9,49  | 9,80  |
| $\lambda_{o2}$ th.(cm)   | 10,28 | 10,75 | 10,35 | 10,00 | 10,65 | 10,27 | 10,06 |
| $\lambda_{o1}$ exp.(cm)  | 9,10  | 9,42  | 9,86  | 9,49  | 8,08  | 9,64  | 9,92  |
| $\lambda_{o2}$ exp.(cm)  | 10,35 | 10,32 | 10,40 | 10,02 | 10,53 | 10,35 | 10,16 |
| $\Delta v_{th.}$ (Mc/s)  | 475   | 327   | 168   | 175   | 942   | 240   | 79    |
| $\Delta v_{exp.}$ (Mc/s) | 396   | 278   | 158   | 167   | 864   | 214   | 71    |
| $\mathcal{D}$ th.        | 20,4  |       |       | 55,2  | 7,95  | 14,2  | 32,2  |
| $\mathcal{D}$ exp.       | 15,7  | 46,0  | 75,5  | 100   | 9,17  | 18,1  | 50,2  |

mode de présentation de ces résultats consisterait à prendre des coordonnées inverses,  $k$  et  $\beta_0$ ).

Le tableau II permet de comparer les valeurs numériques théoriques et expérimentales:

- a) des coordonnées du point de fonctionnement,  $\lambda_0$  et  $\lambda_g$ .
- b) des longueurs d'onde  $\lambda_{01}$  et  $\lambda_{02}$  limitant la bande passante principale
- c) de la largeur  $\Delta v$  de cette bande.
- d) de la dispersion  $\mathcal{D}$

En ce qui concerne le point de fonctionnement,  $\lambda_g$  th, est la valeur désirée pour  $\lambda_0 = 10$  cm ;  $\lambda_g$  exp. est la valeur mesurée pour  $\lambda_0 = 10$  cm ;  $\lambda_0$  exp est la valeur de  $\lambda_0$  pour laquelle la valeur mesurée de  $\lambda_g$  est égale à  $\lambda_g$  th. L'accord entre le calcul et l'expérience, assez médiocre en général, peut même être très mauvais, mesuré en terme de  $\lambda_g$  (guide n° 4). De toutes manières, les écarts sont incompatibles avec les erreurs d'expérience. La longueur d'onde  $\lambda_0$  est connue avec une erreur nettement inférieure à 1/30 mm. La précision du tracé des courbes est de l'ordre de 0,5 mm à l'échelle des figures, la précision sur  $\lambda_g$  est donc de l'ordre de 1 mm. On ne peut pas incriminer les calculs numériques, car le développement en série de la relation (15) est poussé jusqu'à ce que les termes soient effectivement négligeables. Nous avons donc conclu que la théorie n'est pas irréprochable, et plutôt que de tenter des calculs plus compliqués, nous avons admis qu'un recours à l'expérience était nécessaire pour terminer l'étude d'un guide.

Les valeurs des longueurs d'onde de coupure, et des largeurs de bande, sont moins importantes, car elles n'interviennent pas explicitement dans un projet d'accélérateur. Pour les largeurs de bande, l'accord est respecté à 10 % près environ sauf pour les guides n° 1 et 2.

Il est intéressant de signaler que GROSJEAN (1), pour un guide étudié par lui ( $2a = 25,00$ ;  $2b = 75,00$ ;  $D = 25,00$ ;  $d =$

TABLEAU III

TOLERANCES  
SUR LA FREQUENCE  
LES DIMENSIONS DES IRIS  
ET LA TEMPERATURE

$L = 2m$   $\Delta\phi = 24^\circ$   $V_{\phi} = C$   $Al.$

| GUIDE N°                       | 1    | 4    | 5    | 6    | 7    |
|--------------------------------|------|------|------|------|------|
| $\Delta v$ (Mc/s)              | 0,49 | 0,18 | 1,26 | 0,80 | 0,31 |
| $\Delta a$ ( $\mu$ )           | 16,3 | 8,3  | 30,0 | 24,0 | 15,0 |
| $\Delta b$ ( $\mu$ )           | 6,0  | 2,3  | 15,0 | 9,0  | 3,9  |
| $\Delta d$ ( $\mu$ )           | 8,3  | 4,6  | 15,0 | 31,7 | 22,2 |
| $\Delta D$ ( $\mu$ )           | 10,5 | 6,0  | 19,6 | 30,2 | 21,2 |
| $\Delta \theta$ ( $^\circ C$ ) | 6,5  | 2,4  | 17,0 | 9,4  | 4,1  |

(1) GROSJEAN et VANHUYSE 55

22,50 mm) donne les valeurs suivantes de  $\lambda_{01}$  et de  $\lambda_{02}$ , mesurées et calculées par nos formules :

$$\lambda_{01} \text{ exp : } 9,26 \text{ cm ; } \lambda_{01} \text{ th : } 9,00 \text{ cm.}$$

$$\lambda_{02} \text{ exp : } 9,67 \text{ cm ; } \lambda_{02} \text{ th : } 9,65 \text{ cm.}$$

Pour la dispersion l'accord est très médiocre. Du moins croyons-nous que les guides sont correctement classés, et c'est cela que nous recherchions surtout pour l'établissement des projets. Il importe de connaître de quel prix on paie, par exemple, l'augmentation de l'intensité du champ électrique, obtenue en diminuant le rayon  $a$ ; ou de savoir si l'augmentation du pas, toutes choses égales d'ailleurs, rend un guide plus ou moins dispersif, etc.

Nous avons rapporté les résultats concernant les tolérances physiques et géométriques (tableau III) à un guide fictif, de 2 m de longueur, et dont on suppose la vitesse de phase uniformément égale à  $c$ . Nous donnons les grandeurs des écarts qui produisent une erreur de phase égale à  $24^\circ$  au bout de l'appareil. Cette valeur de  $24^\circ$  est arbitraire : on suppose simplement qu'un déphasage de  $24^\circ$  perturbe gravement le fonctionnement de l'accélérateur.

TABLEAU IV

## COEFFICIENTS D'ATTENUATION DES GUIDES

(Valeurs calculées)

| N° guide | D (mm) | $V_\phi$ | Po (k W) | Eo (kV/cm) | $\Gamma$ db (db/m) |
|----------|--------|----------|----------|------------|--------------------|
| 1        | 10     | C        | 500      | 18         | 1,62               |
| 2        | 10     | 0,6953 C | 500      | 18         | 2,46               |
| 3        | 10     | 0,4127 C | 500      | 18         | 5,00               |
| 4        | 10     | C        | 500      | 36         | 5,33               |
| 5        | 10     | C        | 500      | 9          | 0,55               |
| 6        | 20     | C        | 500      | 18         | 1,02               |
| 7        | 20     | C        | 500      | 36         | 3,36               |
| 8        | 10     | C        | 400      | 18         | 1,94               |
| 9        | 10     | C        | 300      | 18         | 2,48               |

A ne considérer que ce tableau III, on a assurément le droit d'être pessimiste, notamment en ce qui concerne la fréquence, dont les écarts admis sont très petits. Il est certainement très difficile de régler et de maintenir constante la fréquence d'un magnétron, surtout d'un tube à fréquence fixe, à beaucoup mieux que 1 Mc/s près (sur 3000 Mc/s).

On rencontrera également des diffi-

cultés d'usinage très sérieuses lorsque les écarts dimensionnels autorisés descendent au dessous de  $10 \mu$ . Les tolérances sur la température sont par contre en général assez confortables : on peut néanmoins être conduit à refroidir les guides, si la puissance dissipée atteint des valeurs moyennes notables.

Ces résultats, relatifs à des guides de structure uniforme, dont la vitesse de phase est constante, ne seront pas directement applicables à un guide à vitesse variable, dont tous les iris sont différents, comme celui de notre accélérateur de 2,3 MeV. Par contre, la vitesse de phase des guides des grands accélérateurs est constamment égale à  $c$  : ces guides sont donc du même type que nos guides n<sup>os</sup> 1, et 4 à 7. A titre de comparaison, signalons que l'accélérateur "MARK III" de l'Université STANFORD ( $L = 67m$   $W = 630$  MeV) possède un guide assez voisin de notre guide n<sup>o</sup> 7, mais plus "poussé", l'ouverture centrale étant plus petite. Les tolérances (expérimentales) sur  $a$  et sur  $b$ , recalculées pour  $\Delta\Phi = 24^\circ$  par tronçon de 2 m sont

$$\Delta a = 8,5 \mu \quad \Delta b = 2,2 \mu$$

Le tableau IV donne les valeurs théoriques des coefficients d'atténuation calculées par les formules du paragraphe 3.

Ce tableau mérite quelques commentaires. La comparaison des guides n<sup>os</sup> 1, 2 et 3, montre que, toutes choses égales d'ailleurs, les guides

TABLEAU V

## GUIDE DE L'ACCELERATEUR 2,3 MeV

| Section | Nbre d'iris | D (mm) | d (mm) | 2a (mm)             | 2b (mm)             | W (keV)           | $\beta$               | $P_t$ (kW)      | $E_{max}$ (kV/cm)   | $E_{moy}$ (kV/cm)   | $\phi_e$              | $\Gamma_{théo}$ (db/m) |
|---------|-------------|--------|--------|---------------------|---------------------|-------------------|-----------------------|-----------------|---------------------|---------------------|-----------------------|------------------------|
| I       | 11          | 8      | 6      | 33,64<br>à<br>26,64 | 87,56<br>à<br>82,02 | 47,5<br>à<br>108  | 0,403<br>à<br>0,564   | 390<br>à<br>350 | 5,975<br>à<br>15,43 | 4,125<br>à<br>11,00 | 46°20'<br>à<br>44°32' | 3                      |
| II      | 20          | 10     | 7,5    | 26,88<br>à<br>29,07 | 82,07<br>à<br>82,02 | 118<br>à<br>327   | 0,583<br>à<br>0,792   | 345<br>à<br>265 | 15,46<br>à<br>14,52 | 11,00               | 44°07'<br>à<br>40°46' | 3,05                   |
| III     | 20          | 20     | 15     | 29,10<br>à<br>28,91 | 82,05<br>à<br>81,57 | 338<br>à<br>756   | 0,798<br>à<br>0,915   | 260<br>à<br>196 | 14,47<br>à<br>14,05 | 11,00               | 40°32'<br>à<br>38°30' | 1,45                   |
| IV      | 20          | 20     | 15     | 28,81<br>à<br>27,12 | 81,54<br>à<br>80,83 | 778<br>à<br>1196  | 0,920<br>à<br>0,954   | 193<br>à<br>138 | 14,03<br>à<br>13,64 | 11,00               | 38°23'<br>à<br>36°15' | 1,55                   |
| V       | 20          | 20     | 15     | 27,03<br>à<br>24,67 | 80,79<br>à<br>80,03 | 1218<br>à<br>1636 | 0,955<br>à<br>0,971   | 136<br>à<br>88  | 13,62<br>à<br>13,25 | 11,00               | 36°08'<br>à<br>33°52' | 2,50                   |
| VI      | 20          | 20     | 15     | 24,50<br>à<br>20,98 | 79,97<br>à<br>78,96 | 1658<br>à<br>2076 | 0,9718<br>à<br>0,9803 | 86<br>à<br>43   | 13,23<br>à<br>12,88 | 11,00               | 33°45'<br>à<br>31°20' | 4,00                   |
| VII     | 8           | 20     | 15     | 20,84<br>à<br>18,49 | 78,93<br>à<br>78,38 | 2098<br>à<br>2252 | 0,9806<br>à<br>0,9827 | 41<br>à<br>25   | 12,86<br>à<br>12,74 | 11,00               | 31°12'<br>à<br>30°17' | 7,80                   |

à vitesse lente présentent des pertes beaucoup plus fortes que les autres. Les valeurs données pour les guides n° 1, 4 et 5 montrent que les pertes augmentent plus vite que l'intensité du champ électrique ; il y a donc intérêt, quand on le peut, à réaliser des accélérateurs longs (que ces appareils soient avantageux, c'était assez évident physiquement : car on dépense pour leur construction plus de matière, plus de main-d'oeuvre, etc.. on est récompensé par de meilleures performances). La confrontation des couples 1-6 et 4-7, montre qu'en doublant le pas, on divise les pertes, sinon par 2, tout au moins par 1,6 : il y a donc avantage à choisir des iris du plus grand pas possible. Enfin l'examen des valeurs de la série 1-8-9, à puissance  $P_0$  décroissante, montre l'augmentation des pertes qui se produit le long d'un guide d'accélérateur lorsqu'on cherche à maintenir le champ électrique constant, malgré la diminution de la puissance haute fréquence, qu'on compense par une diminution du rayon  $a$  de l'ouverture centrale.

Nous ne disposons pas des valeurs expérimentales des coefficients d'atténuation de ces guides n° 1 à 9. Par contre, dans le cas du guide de l'accélérateur, nous serons en mesure de comparer les pertes calculées et mesurées.

## 5 - LE GUIDE DE L'ACCELERATEUR 2,3 MeV.

### a. Caractéristiques générales et méthode de calcul.

Les données du problème étaient les suivantes : ce guide devait permettre, sur une longueur d'environ 2 m., l'obtention d'une énergie d'environ 2 à 2,3 MeV, à partir d'un faisceau préaccélééré sous 50 keV environ. Sur le tableau V, on constate que les limites précises entrant dans le calcul sont 47,5 keV et 2,252 MeV ; à ces valeurs de l'énergie correspondent les valeurs suivantes de  $\beta$  : 0,403 et 0,9827. Le champ électrique efficace moyen devait être 11000 V/cm environ. La puissance HF à l'entrée du guide a été prise égale à 400 kW, valeur relativement modérée, égale à la puissance du magnétron, diminuée de la puissance perdue dans les guides rectangulaires, les jonctions... et compte tenu d'une certaine marge de sécurité.

Les pertes totales du guide devant de toutes manières être considérables, il était indispensable d'en tenir compte. A cet effet, le guide a été divisé en sept sections, chacune étant assez courte pour qu'on puisse admettre qu'à l'intérieur d'une d'elles, les caractéristiques varient peu. Dans chaque section, on cherche une solution "self-consistent". Pour la première par exemple, on se donne la puissance HF à l'entrée, l'intensité du champ électrique, les énergies initiale et finale de l'électron, et certains paramètres géométriques (pas  $D$ , rapport  $d/D$ ). Alors, à partir d'une valeur d'essai du coefficient d'atténuation, on calcule la puissance HF à la fin de la section. On peut à ce moment, inversement,

connaissant le pas  $D$ , et les valeurs moyennes du champ électrique, de la puissance  $HF$ , et du rapport  $\beta$ , pour cette section, calculer une valeur du coefficient d'atténuation par interpolation à partir des résultats du paragraphe précédent. Bien entendu le résultat diffère du nombre admis au départ.

On recommence le calcul avec une autre valeur d'essai jusqu'à ce que l'interpolation redonne la valeur initiale.

Ce mode de calcul laisse évidemment subsister quelques discontinuités entre deux sections consécutives. Cet inconvénient ne paraît pas sensible dans la pratique.

Le pas  $D$  a été déterminé en tenant compte des arguments énoncés plus haut. La section I (tableau V) comprend onze iris de pas 8 mm : le nombre d'iris par longueur d'onde guidée varie de 5 à 7. La section II comprend vingt iris de pas 10 mm : le nombre d'iris varie de 5,8 à 7,9. Les sections suivantes (dont la longueur est 1,78 m, la longueur totale étant 2,068 m) sont uniquement constituées d'iris de 20 mm, le nombre d'iris considéré variant de 4 à 4,9.

Pour faciliter l'adaptation de la jonction d'entrée et la capture des électrons par l'onde électromagnétique, les premiers iris ont une grande ouverture centrale et un champ faible : dans la section I, le champ moyen croît de 4 kV/cm à la valeur normale 11 kV/cm. De même, pour rendre plus sûr le fonctionnement de la jonction de sortie, le guide se termine par un iris spécial (ne figurant pas au tableau V) à ouverture centrale agrandie. Nous avons donné ailleurs un tableau détaillé des dimensions et des caractéristiques des iris (1).

Le déphasage  $\Phi_e$  entre la crête du champ électrique et la position d'équilibre théorique de l'électron varie le long de l'accélérateur, approximativement de  $46^\circ$  à  $30^\circ$ . (C'est  $\cos \Phi_e$  qui varie linéairement en fonction de la longueur).

Il y a là un compromis entre deux nécessités contraires : on améliore le rendement de l'appareil en diminuant  $\Phi_e$  puisque pour une puissance donnée du magnétron, le champ efficace est plus grand. Par contre, avec une grande valeur de  $\Phi_e$ , l'accélérateur est plus stable, et les électrons sont captés plus facilement par l'onde. D'où l'idée de partir d'une valeur élevée de  $\Phi_e$  du côté du canon, et de la diminuer ensuite progressivement.

En ce qui concerne l'atténuation, on remarque que dans les deux premières sections la valeur de  $\Gamma$  est sensiblement la même, soit 3 db/m. Cette valeur est à peu près divisée par deux lorsqu'on passe aux iris de 20 mm. Elle augmente très fortement dans les dernières sections, car il

(1) COMBE et FEIX 54.

est nécessaire de diminuer beaucoup la surface de l'ouverture centrale pour conserver la valeur du champ moyen. En fait la quasi-totalité (95 %) de la puissance est consommée dans le guide.

Il est certain que, pour des causes diverses (état de surface du métal, imperfection des contacts), les pertes réelles sont nettement supérieures aux pertes calculées. Nous avons conduit notre projet en adoptant assez arbitrairement une valeur uniforme égale à 2 pour le coefficient de multiplication permettant de passer des valeurs théoriques aux valeurs réelles. Ce choix, conforme à certaines observations des auteurs anglais (1) nous a donné des résultats satisfaisants.

La méthode de calcul des diamètres intérieur et extérieur des iris a déjà été exposée au paragraphe 4. Ici on s'est contenté de calculer environ cinq iris par section, et de compléter les résultats par interpolation. Rappelons simplement que,  $\lambda_0$ ,  $D$  et  $d$  étant donnés,  $\lambda_g$ ,  $P_t$ ,  $E_0$ , permettent de calculer  $a$  ; et qu'il est ensuite possible de calculer  $b$ .

Il est intéressant de généraliser certaines définitions données pour un guide à structure uniforme, et de définir pour un guide accélérateur le rapport  $\bar{\beta}_w$ , et la dispersion moyenne  $\bar{\mathcal{D}}$ .

$\beta_w$  étant défini par la relation

$$\beta_w = \frac{v_{\phi}}{c} \quad (71)$$

$\bar{\beta}_w$  est déterminé par la condition suivante : un électron animé d'un mouvement uniforme, de vitesse  $\bar{\beta}_w c$  traverserait l'accélérateur dans le même temps que l'électron progressivement accéléré. Cela donne

$$\frac{L}{\bar{\beta}_w c} = \int_0^L \frac{dx}{\beta_w(x) c}$$

d'où

$$\bar{\beta}_w = \frac{L}{\int_0^L \frac{dx}{\beta_w(x)}} \quad (72)$$

La rotation de phase élémentaire est

$$d\Phi = \frac{2\pi dx}{\lambda_g(x)} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{dx}{\beta_w(x)}$$

La rotation de phase totale  $\Phi$  correspondant à la traversée complète de l'accélérateur est

(1) MULLETT et LOACH 48.

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \int_0^L \frac{dx}{\beta_w(x)} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{L}{\bar{\beta}_w} \quad (73)$$

Ecrivons la variation  $\delta d\Phi$  de l'élément différentiel  $d\Phi$  pour une variation de fréquence  $\delta\nu$

$$\delta d\Phi = -\frac{2\pi}{\lambda_g^2(x)} dx \delta\lambda_g(x) = -\frac{2\pi}{\lambda_g^2(x)} \frac{\lambda_0^2}{\lambda_0^2} \frac{\delta\lambda_0}{\lambda_0} \frac{\delta\lambda_g(x)}{\delta\lambda_0}$$

En tenant compte de

$$\mathcal{D} = \frac{\delta\lambda_g}{\delta\lambda_0}$$

et de

$$\frac{\delta\lambda_0}{\lambda_0} = -\frac{\delta\nu}{\nu}$$

il vient

$$\delta d\Phi = \frac{2\pi dx}{\beta_w^2(x)} \frac{\delta\nu}{\lambda_0} \mathcal{D}(x)$$

et en intégrant par rapport à  $x$

$$\delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{\delta\nu}{\nu} \int_0^L \frac{\mathcal{D}(x)}{\beta_w^2(x)} dx$$

d'où

$$\frac{\delta\Phi}{\Phi} = \frac{\bar{\beta}_w}{L} \frac{\delta\nu}{\nu} \int_0^L \frac{\mathcal{D}(x)}{\beta_w^2(x)} dx$$

Nous définirons la dispersion moyenne  $\bar{\mathcal{D}}$  par

$$\frac{\delta\Phi}{\Phi} : \frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{\bar{\mathcal{D}}}{\bar{\beta}_w} \quad (74)$$

d'où

$$\bar{\mathcal{D}} = \frac{\bar{\beta}_w^2}{L} \int_0^L \frac{\mathcal{D}(x)}{\beta_w^2(x)} dx \quad (75)$$

Cette définition de  $\bar{\mathcal{D}}$  a été choisie de manière à généraliser la formule valable pour les guides ordinaires, à structure uniforme. Dans de tels guides, on a en effet

$$\Phi = \frac{2\pi L}{\lambda_g}$$

$$\frac{\delta\Phi}{\Phi} = - \frac{\delta\lambda_g}{\lambda_g} = - \bar{\mathcal{D}} \frac{\delta\lambda_o}{\lambda_g} = - \frac{\bar{\mathcal{D}}}{\beta_w} \frac{\delta\lambda_o}{\lambda_o} = \frac{\bar{\mathcal{D}}}{\beta_w} \frac{\delta\nu}{\nu}$$

et

$$\frac{\delta\Phi}{\Phi} : \frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{\bar{\mathcal{D}}}{\beta_w}$$

Voici les résultats numériques pour le guide de l'accélérateur :

|                    |                     |   |            |
|--------------------|---------------------|---|------------|
| longueur           | $L$                 | : | 2,068 m    |
| rapport            | $\bar{\beta}_w$     | : | 0,850      |
| rotation de phase  | $\Phi$              | : | 24,4 tours |
| dispersion moyenne | $\bar{\mathcal{D}}$ | : | 29,4       |

Pour une variation  $\delta\Phi$  de  $24^\circ$  en bout de guide, on trouve d'après (74)

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = 0,79 \cdot 10^{-4}$$

soit pour  $\nu = 3000$  Mc/s

$$\delta\nu = 0,24 \text{ Mc/s}$$

On peut obtenir une estimation de la variation de température admissible en appliquant la formule (44), avec, pour l'aluminium  $\alpha = 25 \cdot 10^{-6}$ . On trouve

$$\delta\theta = 3,2^\circ \text{C}$$

là encore pour une variation  $\delta\Phi$  de  $24^\circ$ .

Il est certain que l'obligation de maintenir les variations de fréquence et de température en deçà de 0,24 Mc/s et  $3,2^\circ \text{C}$  constitue une condition sévère - mais il ne faut pas oublier que la valeur de  $24^\circ$  admise pour  $\delta\Phi$  est arbitraire, et que, surtout, les propriétés d'auto-stabilité de l'accélérateur jouent un rôle favorable, et permettent de tolérer des écarts beaucoup plus importants.

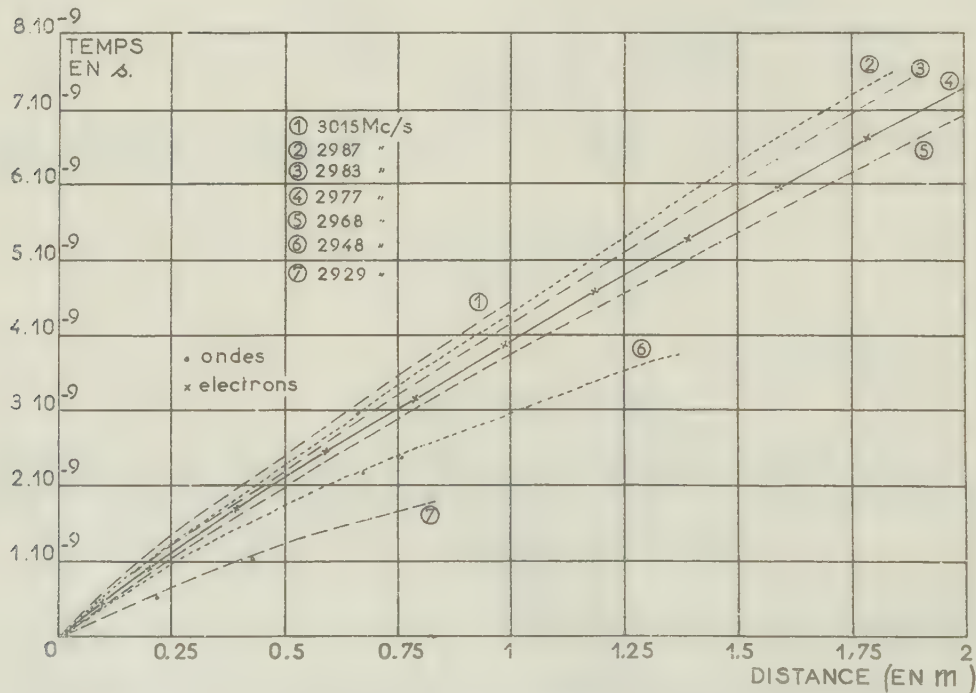
Examinons maintenant la question de l'influence du faisceau sur le fonctionnement du guide. Soit un accélérateur fonctionnant avec un champ maximum  $E_0$  et où le déphasage entre la position de l'électron et la crête de l'onde est  $\Phi_0$ , l'électron étant bien entendu en avance sur l'onde. La puissance cédée par l'onde en faisceau, d'intensité  $I$ , est, par unité de longueur,

$$P_f = I E_0 \cos \Phi_0 \quad (76)$$

la puissance dissipée par effet JOULE, toujours rapportée à l'unité de longueur, étant  $P_d$ , définissons le degré de charge  $m$  du guide par la relation

$$m = \frac{P_f}{P_d} \quad (77)$$

si on a  $m \ll 1$ , la présence du faisceau ne perturbe pas le fonctionnement du guide. C'est d'ailleurs dans cette hypothèse que le nôtre a été calculé.



GUIDE 2,3 MeV : RELATION TEMPS - DISTANCE

FIG.13

Si la valeur de  $m$  est notable, les champs décroissent beaucoup plus vite le long de l'accélérateur, et la charge du guide par le faisceau se traduit par une diminution de l'énergie des électrons.

Admettons (1) que le fonctionnement de l'appareil est possible avec sécurité jusqu'à  $m = 0,5$ . Si on suppose que le courant  $I$  est constant le long du guide (pas d'électrons perdus), l'endroit le plus critique est celui où la puissance  $P_d$  est minima, et égale, dans notre cas, à environ 1 kW/cm. Comme on a  $E_0 \cos \Phi_0 = 11000$  V/cm, on trouve donc comme valeur limite du courant en ce point, correspondant à  $m = 0,5$  :

$$I_{max} = 45 \text{ mA.}$$

La valeur réelle étant 8 mA, cela explique que la méthode de calcul, qui néglige l'influence du faisceau, ait conduit à un bon accord avec l'expérience.

#### b. Etude expérimentale .

Une première série de mesures a permis d'étudier la variation

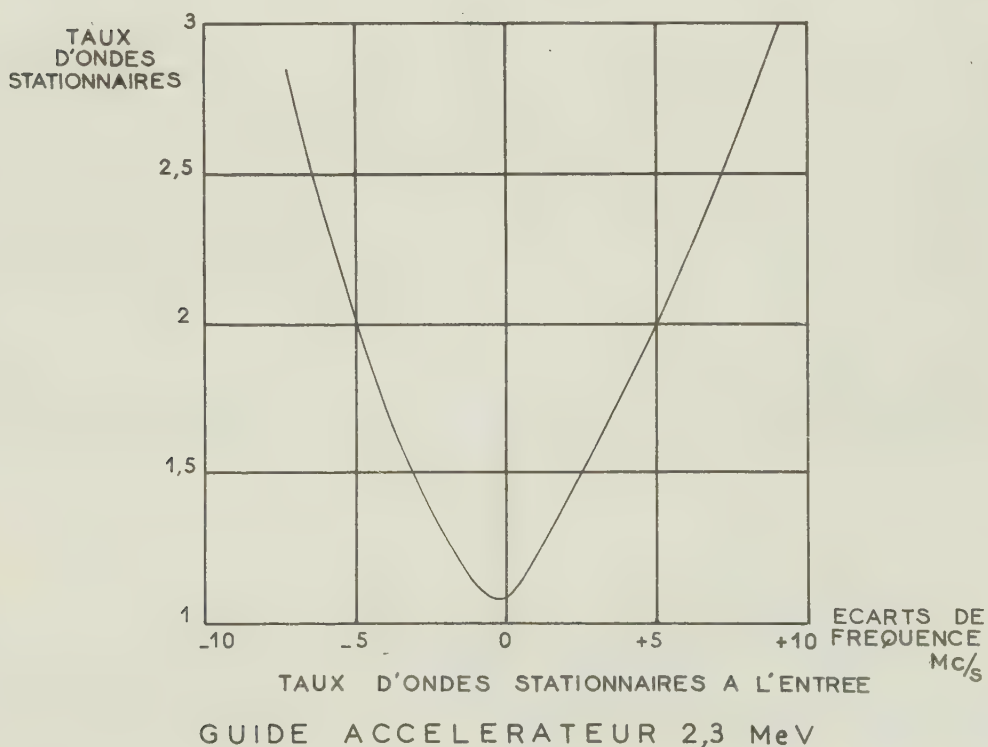


FIG.14

de la longueur d'onde guidée le long du guide. Elle étaient faites suivant la méthode déjà exposée au paragraphe 4 pour les guides à caractéristiques constantes. Mais elles étaient ici plus délicates, en raison de la grande longueur du guide et de la valeur élevée des pertes. Dès les premiers iris, on ne peut plus recueillir qu'un signal très faible. Il a cependant été possible d'étudier le comportement du guide pour sept longueurs d'onde, voisines de 10 cm. Les résultats sont représentés par la figure 13. On a tracé les courbes donnant le temps de parcours (de l'onde) en fonction de la distance parcourue le long du guide ; on a représenté sur la même figure la courbe correspondant à la marche des électrons. On constate qu'il y a coïncidence entre cette dernière courbe, et celle relative à l'onde pour la fréquence 2977 Mc/s. Le magnétron alimentant l'accélérateur devra donc osciller sur cette fréquence, émettre par conséquent la longueur d'onde  $\lambda_0 = 10,07$  cm.

Une autre série de mesures concerne les questions d'adaptation. Puisque l'on veut réaliser un accélérateur à ondes progressives, l'idéal serait que le guide soit parfaitement adapté à la sortie (et également à l'entrée). Il est couplé au guide rectangulaire standard, comme nos guides expérimentaux, par deux jonctions en bouton de porte, les paramètres de réglage étant, là encore, l'enfoncement des collimateurs, et la position des pistons de court-circuit.

La jonction de sortie n'a pas été réglée à partir de relevés à la sonde : cette méthode demande trop de temps, et de plus ne peut pas être utilisée lorsque le guide est placé dans l'accélérateur. Or les petits déplacements des différents éléments qui se produisent au montage peuvent influencer beaucoup sur l'adaptation. Aussi en pratique a-t-on réglé la jonction de manière à recueillir le maximum de puissance dans le guide de sortie, la puissance à l'entrée (fournie par un klystron) étant maintenue constante, cette mesure pouvant se faire et sur table, et sur l'accélérateur monté.

La jonction d'entrée est précédée, comme on le verra, d'une fenêtre étanche en quartz, son réglage est aisé, car la mesure du T.O.S. est alors effectuée avec une ligne de mesure placée avant la fenêtre. La figure 14 montre que la valeur minima du T.O.S. est 1,07 pour la fréquence 2977 Mc/s. La bande passante est égale à

$$\begin{array}{rcl} 2,5 \text{ Mc/s} & \text{pour un T.O.S. inférieur à } 1,2 & \\ 10 \text{ Mc/s} & & 2 \end{array}$$

L'adaptation étant réalisée, le rapport des puissances à la sortie et à l'entrée, mesuré avec un klystron, est égal à 43/1000, pour la longueur d'onde 10,07 cm. Or les calculs de pertes conduisaient à prévoir pour ce rapport la valeur

$$\frac{23}{390} = \frac{59}{1000}$$

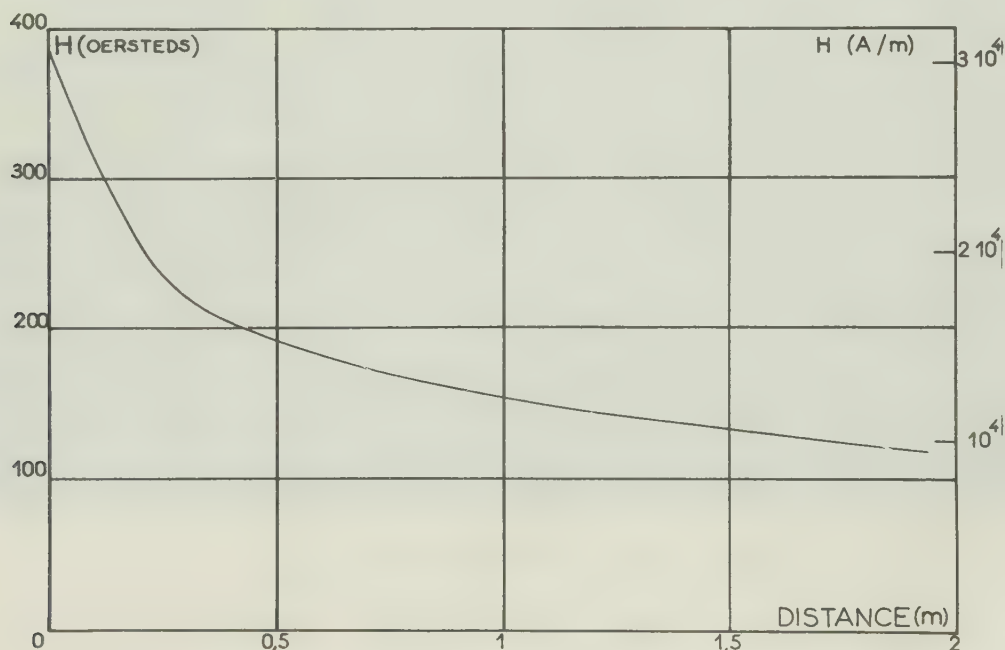
On constate que l'ordre de grandeur est respecté, ce qui légitime notre méthode de calcul, ainsi que le procédé (arbitraire) consistant à prendre pour coefficient d'atténuation réel le double du coefficient théorique.

Les pertes totales du guide, exprimées en décibels, sont égales à 12 (calculées) et à 13,7 (mesurées).

Le magnétron étant en fonctionnement, la puissance à la sortie, mesurée en valeur absolue avec un wattmètre à circulation d'eau est 17 kW; mais la puissance à l'entrée ne peut être mesurée qu'en montant le wattmètre à la place de l'accélérateur, à la sortie du magnétron.

### c. Focalisation du faisceau

Le faisceau d'électrons qui se déplace dans le guide accélérateur est obligatoirement soumis à l'action "défocalisante" du champ électromagnétique de l'onde guidée. On peut en effet montrer que, si l'électron se trouve dans une position stable sur la demi-période accélératrice du



CHAMP MAGNETIQUE DE FOCALISATION  
ACCELERATEUR 2,3 MeV

FIG. 15

champ électrique longitudinal, alors la force radiale

$$F_r = -e (E_r - v_x B_\varphi)$$

qui s'exerce sur lui, tend obligatoirement à l'écarter de l'axe - D'après la théorie des guides, on a

$$B_\varphi = \frac{1}{c} \frac{\lambda_g}{\lambda_0} E_r = \frac{1}{c} \beta E_r \quad (78)$$

donc 
$$F_r = -e E_r (1 - \beta^2) \quad (79)$$

Cette action nuisible des champs tend donc à s'annuler si la vitesse des électrons tend vers celle de la lumière. C'est donc dans les parties de l'accélérateur proches du canon que le danger de dispersion du faisceau est le plus grand.

A cela s'ajoutent les autres causes habituelles d'éparpillement du faisceau (charge d'espace, action des molécules du gaz résiduel).

La focalisation est assurée en plaçant l'appareil dans un champ magnétique longitudinal, la valeur minima du champ à créer étant donnée par la formule suivante, empruntée à SHERSBY-HARVIE (1).

$$\mu_0 H_x^2 = 4 \frac{m_0}{e} (E_0 \cos \Phi_0) \frac{\pi}{\lambda_0 \beta} \frac{W_0}{W + W_0} \quad (80)$$

La figure 15 représente la variation du champ le long de l'accélérateur. On voit que la valeur maxima, du côté de la cathode, est environ 30000 A/m (375 oersteds).



L'ACCELERATEUR D'ELECTRONS

*Fig. 16*



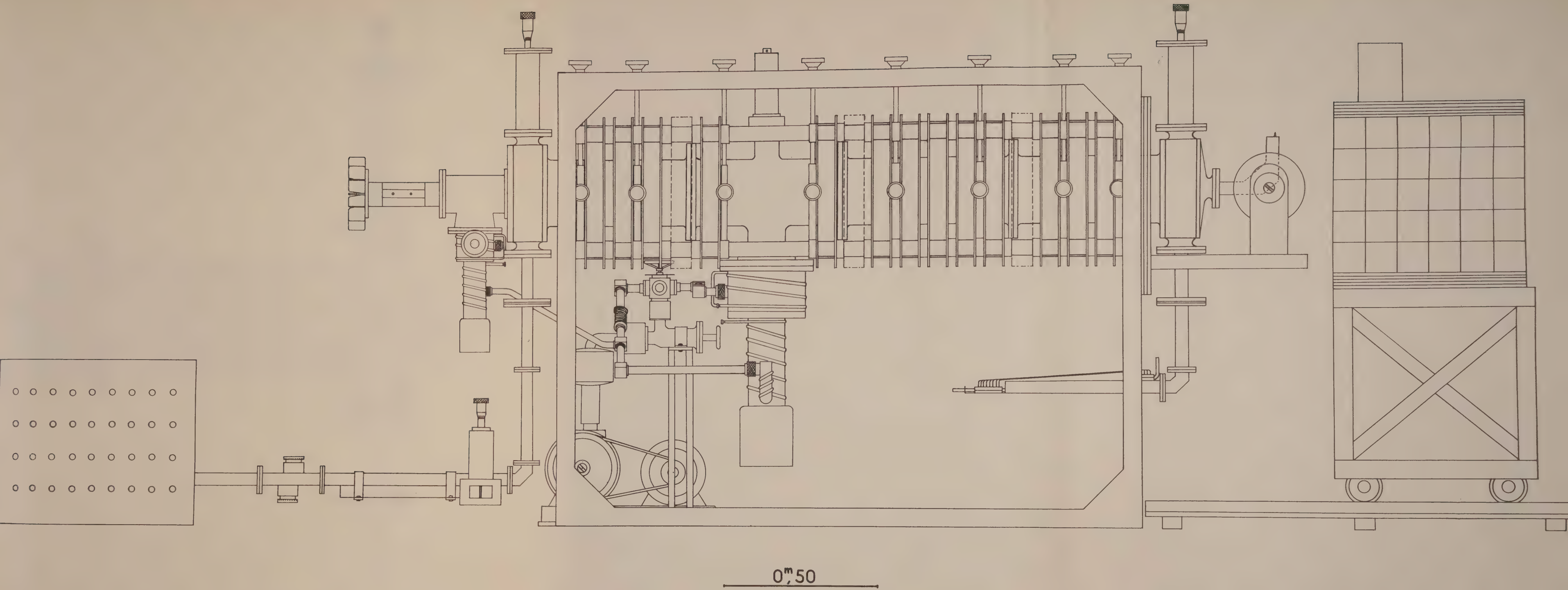


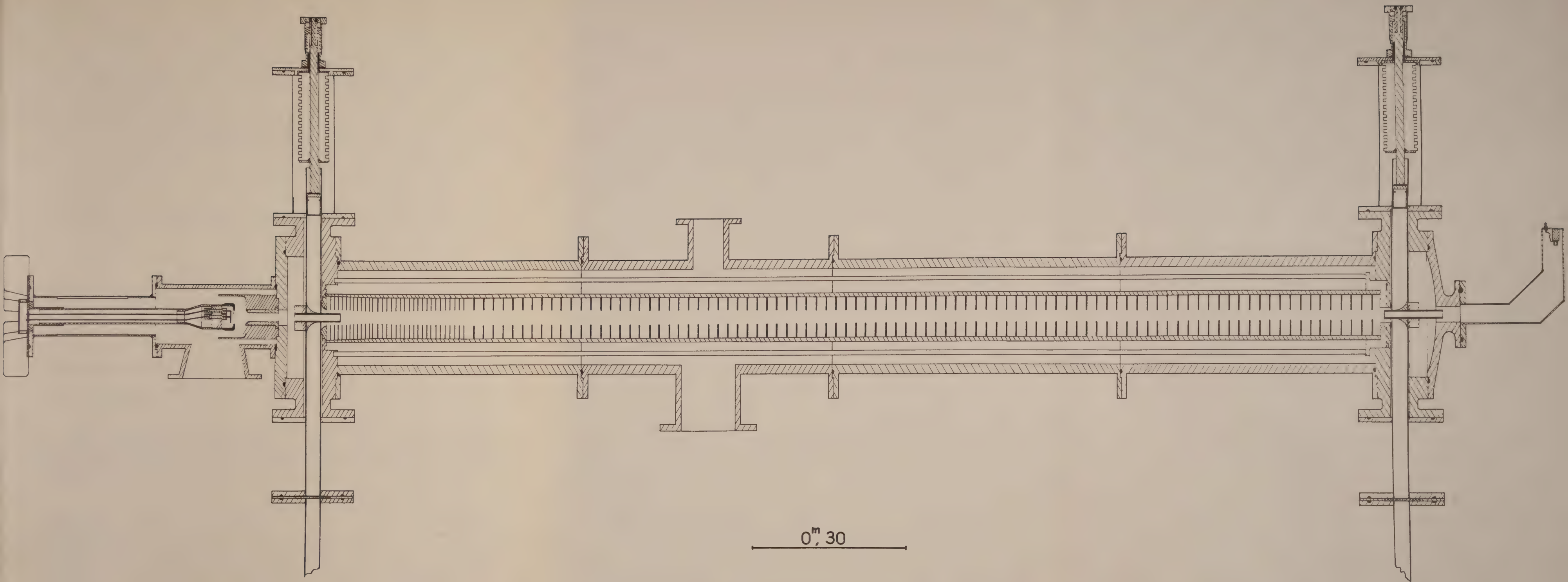
FIG. 17

ACCELERATEUR LINEAIRE D'ELECTRONS 2 M e V









0,30

FIG. 18

COUPE DE L'ACCELERATEUR LINEAIRE D'ELECTRONS 2 M e V







## Chapitre II

# L'ACCELERATEUR DE 2,3 MeV

## 1. - DESCRIPTION DE L'APPAREIL

### a. Description générale

L'accélérateur est représenté par les figures 16 et 17, alors que la figure 18 en donne la coupe.

Il se compose essentiellement de quatre corps cylindriques, coulés en alliage d'aluminium **AS4 G**, dont les dimensions sont : longueur 500 à 560 mm ; diamètre intérieur et extérieur 190 et 220 mm. La longueur totale des quatre corps est 2047 mm. Ils sont assemblés par l'intermédiaire de joints toriques en néoprène, et leur surface intérieure a été entièrement usinée.

Les deux extrémités de l'appareil sont fermées par des " pièces d'extrémité ", tournées et fraisées dans la masse à partir de volumineuses galettes de duralumin ; elles comportent intérieurement un logement vertical rectangulaire de section 66,3×29,5 mm (guide standard  $\lambda = 10$  cm). Extérieurement, elles sont fermées par des couvercles terminés par des brides qui permettent de fixer d'un côté le canon à électrons, de l'autre divers dispositifs (spectromètre, etc...) Dessus et dessous elles permettent la fixation des pistons de court-circuit et des guides rectangulaires d'entrée et de sortie.

L'accélérateur repose sur huit supports en *U* suspendus à l'intérieur du bâti. Des boutons de réglage, très visibles sur la photographie

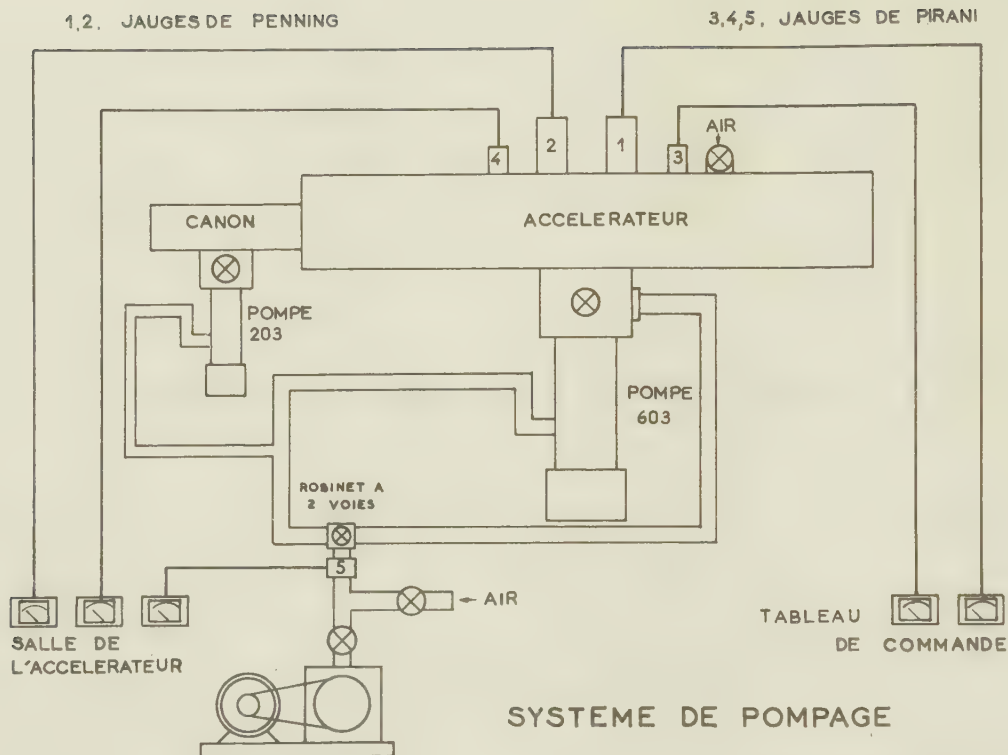


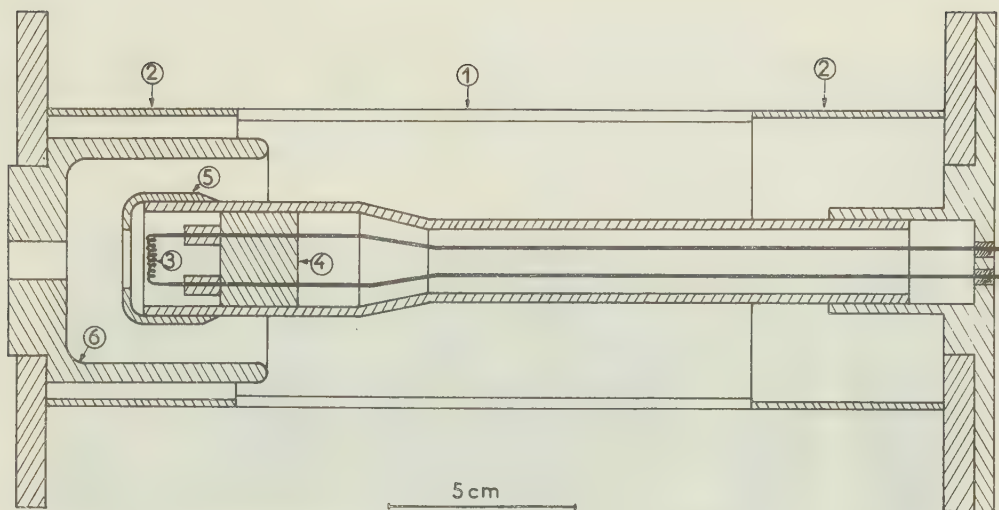
FIG. 19

16, permettent de déplacer, horizontalement l'accélérateur sur les supports en *U*, et verticalement l'ensemble du tube et des supports par rapport au bâti. Cette disposition permet de faire coïncider les axes du guide et du système de focalisation, qui est fixe. Le bâti, en cornières d'acier soudées, repose directement sur le sol.

#### b. Système de pompage.

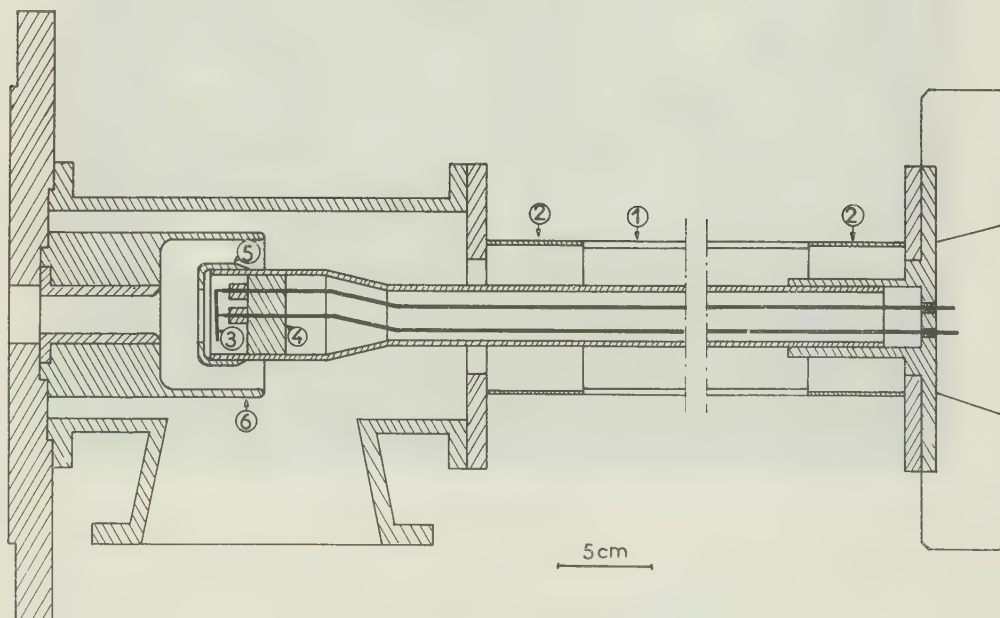
Représenté schématiquement par la figure 19, il comporte essentiellement une pompe à diffusion de vapeur d'huile (de silicone) de marque EDWARDS type 603, et dont le débit, avec baffle, est 300 à 350 l/s. Elle est attaquée par une pompe à palettes à double étage, de 10 m<sup>3</sup>/h des Ets CELTIQUES.

Lorsque le canon n° 2 est en service il est raccordé à l'accélérateur par une pièce de fonderie qui permet de monter une pompe d'appoint, qui est une pompe à diffusion F 203, également de fabrication EDWARDS, de débit 50 l/s.



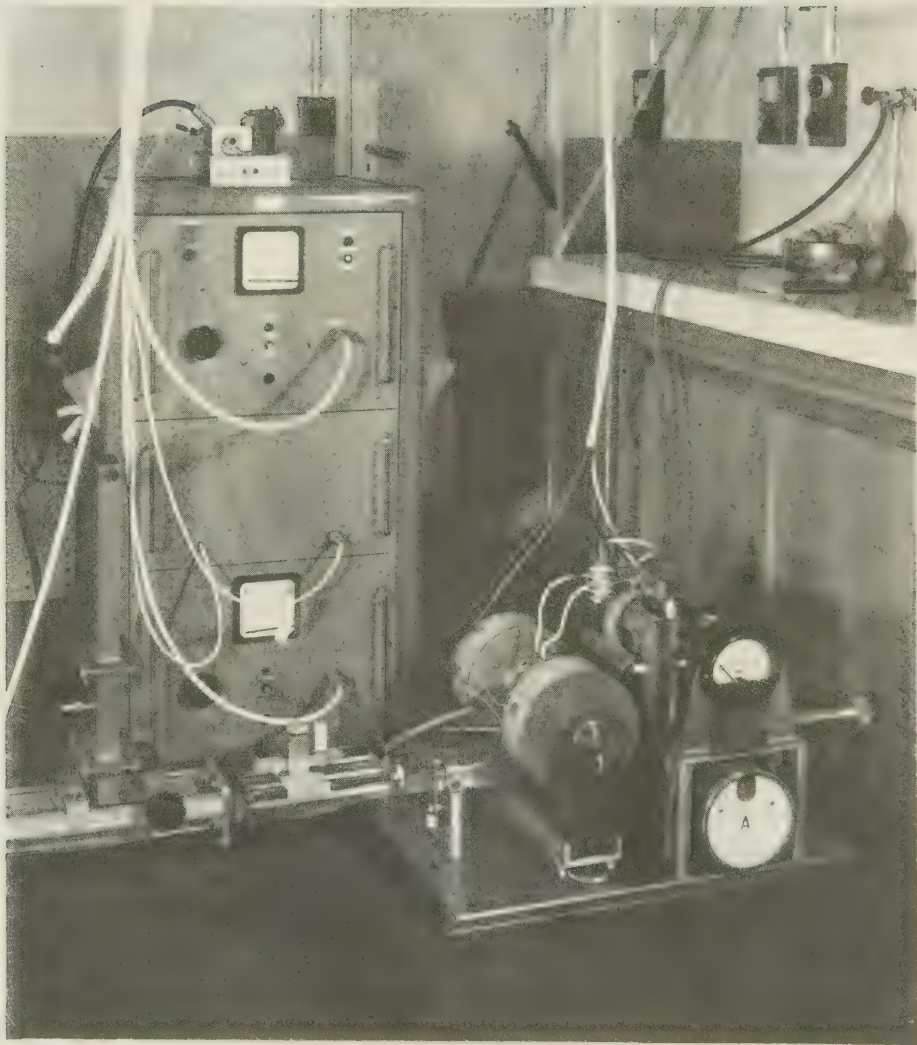
CANON A ELECTRONS N°1

FIG. 20



CANON A ELECTRONS N°2

FIG. 21



LE MAGNETRON  
ET LES  
GENBRATEURS D'IMPULSIONS  
FIG. 22

La mesure du vide se fait avec des jauges de PIRANI pour le vide préliminaire, et des jauges de PENNING (décharge gazeuse dans un champ magnétique) pour le vide poussé, qui, si elles ne sont pas très sensibles présentent l'avantage d'être robustes. Cet équipement est dédoublé : le contrôle peut ainsi se faire soit près de l'accélérateur, soit dans la salle de commande.

L'installation ne comporte que des joints en néoprène, à l'exclusion de tout joint graissé. Dans les dispositifs de commande étanches des pistons de court-circuit (*figure 18*) l'étanchéité est assurée par des tubes plissés en tombac. Dans les guides rectangulaires d'entrée et de sortie se trouvent des fenêtres étanches en quartz, qui séparent l'enceinte de l'accélérateur, maintenue sous vide, du reste du circuit, laissé à la pression atmosphérique. Ces disques de quartz sont sondés à l'alcalinite sur des plaques de duralumin.

En marche normale, la pression dans l'appareil est égale à  $10^{-5}$  mm de mercure.

### c. Sources d'électrons

La source usuelle est le canon n° 1 (*figure 20*). L'isolement est assuré par un tube de verre (1), de longueur 130 mm, soudé à deux manchons cylindriques (2) en kovar, soudés eux-mêmes à deux brides en laiton. La cathode (3) est un filament boudiné en tungstène pur (fil de diamètre 0,3 mm). Les conducteurs d'amenée de courant traversent la pièce isolante (4) (en micalex) et sortent du canon grâce à des perles S.F.R. Le courant de chauffage est fourni par un transformateur dont l'isolement - 100 kV - est surabondant, et qui est lui-même alimenté par un alternostat. La puissance absorbée par ce canon a pu atteindre environ 150 W (de l'ordre de 12 A sous 12 V), mais le refroidissement est alors difficile : elle est normalement d'une centaine de W.

Le cylindre de WEHNELT (5) et l'anode (6) sont en acier inoxydable poli. La distance anode - WEHNELT est réglable - pendant l'arrêt de l'appareil - entre 5 et 30 mm. Il est possible éventuellement d'appliquer une tension de polarisation entre le filament et le WEHNELT.

Le canon n° 2 (*figure 21*) est une version agrandie du précédent. La cathode, en forme de spirale plate, est faite d'un fil de tungstène de diamètre 0,6 mm. La puissance consommée peut atteindre 500 W. Pour assurer l'évacuation des calories, le tube portant la cathode est en cuivre rouge de forte épaisseur; la plaque terminale et les ailettes de refroidissement sont également en cuivre. L'un et l'autre canons sont également refroidis par un ventilateur. Ce canon n° 2, qui a été peu utilisé jusqu'à présent, est alimenté par un transformateur (isolement: 100 kV) donnant au secondaire 25 A sous 20 V.

La tension de préaccélération (60 kV), appliquée au canon, est fournie par un générateur d'impulsions synchronisé avec celui du magnétron.

#### d. Générateurs d'impulsions.

Le problème à résoudre était le suivant :

- 1) produire une impulsion de 28 kV, 35 A (soit 1 MW), de durée 1  $\mu$ s environ, (en fait 0,75  $\mu$ s) pour la modulation du magnétron.
- 2) produire une impulsion de 60 kV, quelques kW, synchronisée avec la précédente pour l'alimentation du canon.

Pour faciliter le cadrage réciproque des deux impulsions, la durée de la deuxième a été fixée à 3  $\mu$ s. Pour simplifier la construction, l'alimentation de l'ensemble est assurée par le secteur 50 c/s, qui fournit en même temps la fréquence de répétition.

Les deux générateurs sont groupés dans un meuble unique (*figure 22*). L'ensemble a été construit par la division D.E.M. du Centre National d'Etudes des Télécommunications (C.N.E.T.) sous la direction de M. ELIE (1)

Les deux appareils sont du même type. Le premier comporte une ligne à retard d'impédance 50  $\Omega$  chargée sous 14000 V ; il est couplé au magnétron par un transformateur d'impulsions de rapport 7000/28000. Le second fournit en réalité une puissance de 500 kW, l'impédance de sa ligne étant 100  $\Omega$  ; il est couplé au canon par un transformateur de rapport 7000/60000, la plus grande partie de la puissance étant absorbée par une résistance de 7500  $\Omega$  montée en parallèle sur le canon. Dans les deux cas, la décharge des lignes se fait grâce à un thyatron à hydrogène 5 C 22, à haut pouvoir de coupure (2.5 MW).

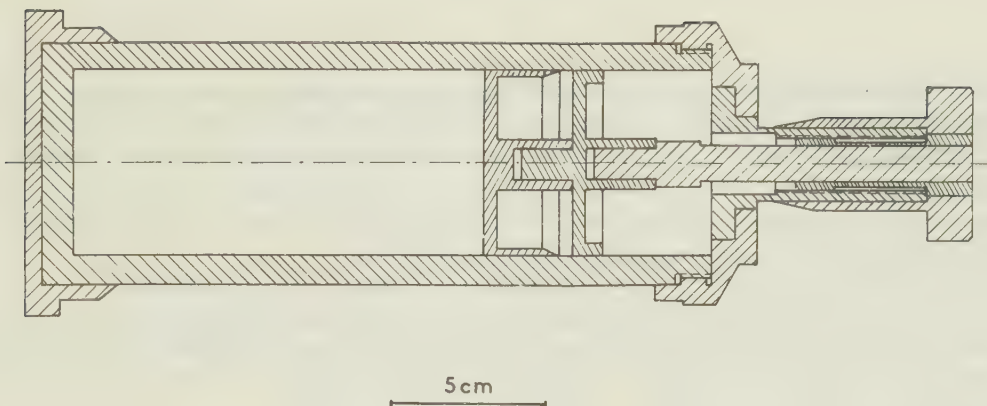
#### e. Le circuit hyperfréquence

Ce circuit comprend :

- 1) le magnétron
- 2) la jonction magnétron-guide
- 3) un premier adaptateur
- 4) un coupleur directionnel
- 5) un deuxième adaptateur
- 6) une fenêtre étanche
- 7) la jonction d'entrée
- 8) le guide accélérateur
- 9) la jonction de sortie
- 10) une fenêtre étanche
- 11) la terminaison adaptée ou le wattmètre

Le magnétron est un tube S.F.R. MC 101 qui, avec, une puissance appliquée de 1000 kW, donne environ 450 à 500 kW en en hyperfré-

(1) ELIE 54



ONDEMETRE  
POUR MAGNETRON

FIG. 23

quence. Il n'est pas accordable. Le champ magnétique nécessaire ( 2300 oersteds dans un entrefer de 38 mm) est fourni par un électro-aimant, plus souple qu'un aimant permanent. Le conducteur central du magnétron est terminé par une petite sphère placée à l'intérieur d'un guide élargi. La position de cette sphère est réglable. Cette jonction est complétée par un piston d'accord. Le premier adaptateur, destiné au réglage du magnétron, et qui produit un T.O.S. maximum de 3, comprend deux plaquettes de micalex dont on peut régler l'enfoncement et la position d'ensemble.

L'installation permettant de mesurer la fréquence comprend d'abord le coupleur directionnel (dont l'atténuation est égale environ à 20 db qui alimente une dérivation. Dans cette dérivation, une sonde magnétique prélève le signal qui est envoyé par câble coaxial dans un ondemètre à transmission, puis, après détection par une diode 2B 22, dans un oscilloscope LERES. L'ondemètre (*figure 23*), construit en acier inoxydable, est une cavité cylindrique fermée par un piston sans contact : Il a également été étalonné par le L.N.R. Ses dimensions ont été choisies de façon à couvrir une bande de fréquences très étroite (2967 à 3035 Mc/s : longueur d'onde: 10,10 à 9,88 cm). Pratiquement on peut mesurer la fréquence à  $\pm 0,1$  Mc/s près.

La longueur du guide rectangulaire, du magnétron à la fenêtre d'entrée avoisine 2 m. Aussi, pour adapter soigneusement la jonction d'entrée, et éviter l'effet dit " de longue ligne " un deuxième adaptateur (non représenté sur la figure 17, mais visible sur la photographie 16) a été installé sous la fenêtre de quartz : il comprend deux pistons circulaires en laiton s'enfonçant à volonté dans les faces larges du guide. Ils sont placés à poste fixe, mais décalés de 20 mm. Le T.O.S. maximum produit est encore 3.

La question du guide accélérateur a été longuement traitée au chapitre I. Ajoutons simplement qu'on n'a pratiquement jamais à retoucher le réglage des pistons d'accord, dont le mécanisme est suffisamment expliqué par la figure 18.

La terminaison adaptée est un tronçon de guide rectangulaire pourvu d'ailettes de refroidissement. L'élément absorbant est un bloc moulé et convenablement profilé d'un mélange d'araldite et de poudre de fer divisé. Le T.O.S. est 1,07 à 3000 Mc/s. La presque totalité de la puissance étant absorbée dans les parois du guide, on peut d'ailleurs retirer cette terminaison sans inconvénient.

Les mesures de puissance se font avec un wattmètre à circulation d'eau, élément de guide traversé en biais par un tube de verre placé contre une barre ("ridge") d'aluminium, le T.O.S. de l'ensemble étant égal à 1,1.

#### f. Les bobines de focalisation

Nous avons vu précédemment quel est l'ordre de grandeur du champ magnétique nécessaire (*figure 15*). Les bobines, solidaires du bâti, sont extérieures à l'accélérateur. Il y a trois lacunes difficilement évitables correspondant à : la prise de vide centrale, et aux parties voisines du canon et de la cible.

Une première série de cinq bobines, de 750 spires chacune, est placée entre le canon et la prise de vide. Une seconde série, placée après cette prise, comprend onze bobines, de 375 spires chacune (*figure 16*).

Toutes ces bobines, à refroidissement naturel, sont faites en fil de cuivre émaillé de 16/10 mm de diamètre, l'intensité admissible étant de 3,5 à 4 A.

#### g. Pupitre de commande.

Ce pupitre (*figure 24*) groupe tous les organes de commande et de contrôle de l'accélérateur (à l'exception des robinets de vide).

Le panneau de droite supporte l'interrupteur, le voltmètre et l'ampèremètre généraux, les interrupteurs et voyants des pompes, les appareils de lecture d'une jauge de PIRANI et d'une jauge de PENNING.

Le panneau central est consacré aux générateurs d'impulsion et au magnétron. On voit notamment à la partie inférieure, et de droite à gauche, le synchroscope, qui permet de vérifier le cadrage des deux impulsions, l'oscilloscope LERES, et, encastré dans le panneau, l'ondemètre du magnétron.

Le panneau de gauche rassemble tout ce qui concerne le faisceau : commandes du canon, et des bobines de focalisation; installation de mesure de l'énergie des électrons avec un spectromètre  $\beta$  : A gauche une série de shunts permet de contrôler, sans rupture de circuit, le courant des bobines. Le courant électronique arrive à ce panneau par un câble coaxial, et la tablette permet d'installer, pour le mesurer, un galvanomètre ou un électromètre A.O.I.P.

Ce pupitre, installé dans une salle distincte de celle de l'accélérateur, lui est relié par un faisceau d'une centaine de câbles divers. Une liaison duplex par microphones et haut-parleurs réunit les deux pièces.

#### h. Les dispositifs de protection.

L'organisation de la protection contre le rayonnement X a été grandement facilitée par l'installation de l'accélérateur au dernier sous-sol du Collège de France, dans une salle isolée, séparée de la salle de commande par un mur de 1,70 m d'épaisseur.

De plus, la porte donnant accès à l'appareil a été recouverte de feuilles de plomb et équipée d'enclenchements conçus de telle manière que l'ouverture de la porte arrête les générateurs d'impulsion.

On disposait enfin d'un dosimètre HAMMER, de nombreux dosimètres portatifs (capacité 160 mr), et bien entendu, le personnel porte des films de sécurité.

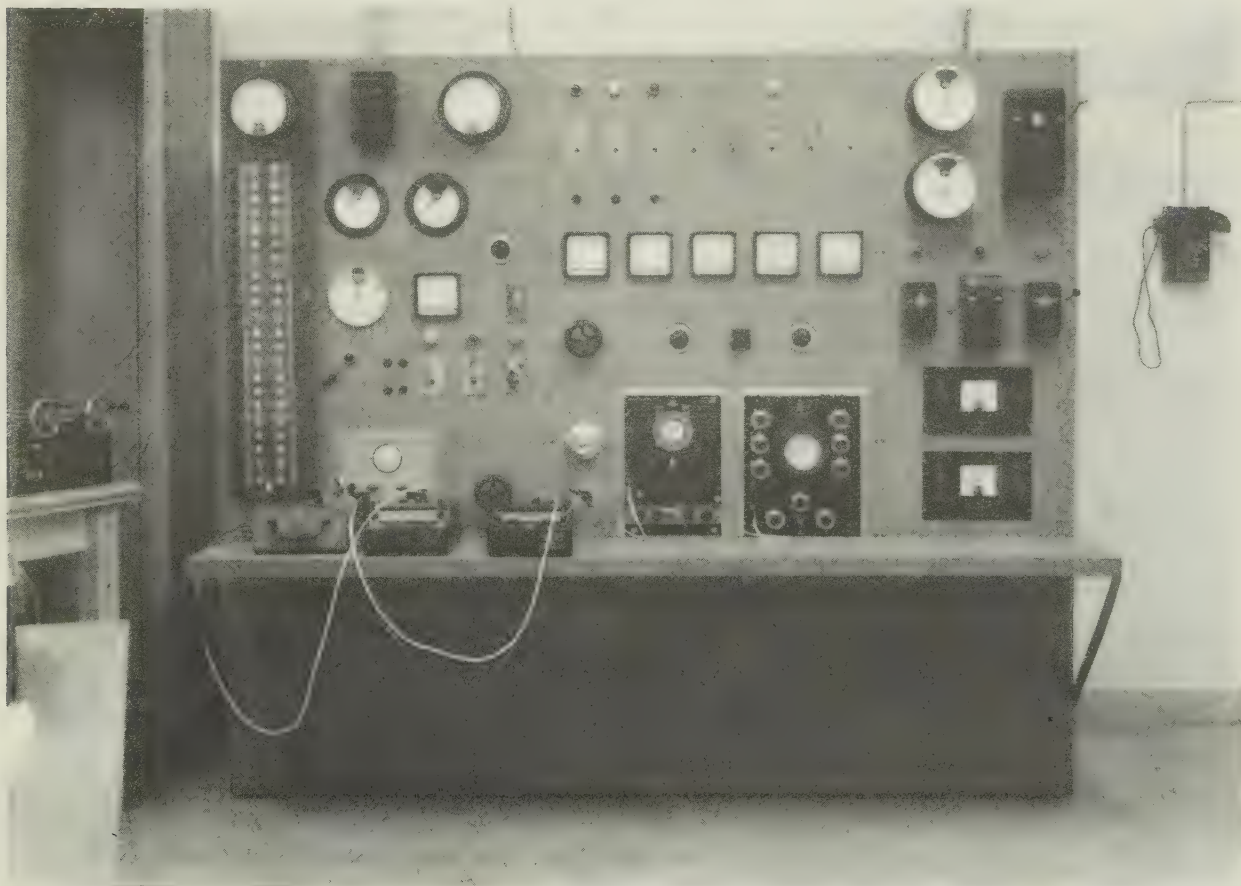


TABLEAU DE COMMANDE

## 2 - ESSAIS DE L'APPAREIL. (1)

### a. Etude du faisceau

Pour mesurer l'intensité du faisceau électronique, on place dans le vide, à la sortie de l'accélérateur, et sur son axe, un cylindre de FARADAY. Le courant peut-être mesuré, soit directement au galvanomètre, soit au moyen d'une grande résistance et d'un électromètre à quadrants. Avec des cylindres dont les diamètres intérieurs sont respectivement 15, 10 et 5 mm, on mesure des courants moyens de 0,75, 0,44, et 0,32  $\mu$ A.

Comme l'impulsion appliquée au canon est quatre fois plus longue que celle appliquée au magnétron, les électrons d'énergie 2,3 MeV sont mêlés à un flux plus important d'électrons qui, ayant été émis en dehors de la période de fonctionnement du magnétron, ou n'ayant pas été captés par l'onde, n'ont subi que la préaccélération à la cathode, et ont seulement une énergie de 50 à 60 keV. Si on élimine ces électrons par un filtre d'aluminium de 2 mm d'épaisseur, on mesure un courant moyen d'électrons accélérés égal à 0,3  $\mu$ A (avec le cylindre de 15 mm), le canon fonctionnant au régime normal. La fraction de temps utile étant 1/27000, la valeur de crête du courant accéléré est donc 8 mA.

Les relevés de spectres ont été faits avec un spectromètre  $\beta$  utilisant la déviation magnétique à 90°. Réglé pour recueillir les électrons d'énergie nominale W, cet appareil recueille en fait les électrons dont l'énergie est comprise entre  $W - \Delta W$  et  $W + \Delta W$ . Le pouvoir séparateur  $\Delta W/W$  est égal à 2,5 %. L'électro-aimant produit un champ qui varie de 100 oersteds (pour les électrons de 50 keV) à 1200 oersteds (pour les électrons de 2 MeV). Les trajectoires des particules ont été tracées en tenant compte de la répartition exacte du champ.

La figure 25 rassemble six spectres correspondant à des valeurs différentes de la tension de préaccélération, les croix représentant des points expérimentaux. Les tensions indiquées, proportionnelles aux tensions vraies, sont celles lues sur un voltmètre primaire. A une tension primaire de 135 V correspond une tension de préaccélération d'environ 60 kV ; de même à 85 V correspondent 40 kV. On constate que la hauteur du pic principal, qui est centré sur l'énergie 2,3 MeV, est une fonction rapidement croissante de cette tension de préaccélération.

La figure 26 montre de façon frappante l'influence des variations de la fréquence d'oscillation du magnétron. Les spectres reproduits correspondent à six fréquences, la fréquence nominale, 2977 Mc/s (courbe n° 3) et cinq autres s'en écartant légèrement en deça ou au delà. Les points expérimentaux n'ont pas été figurés, pour alléger le dessin. On

(1) Les premiers essais ont eu lieu le 10 Février 1954.

constate que le spectre correct, centré sur 2,3 MeV est bien obtenu pour la fréquence 2977 Mc/s, que l'étude du guide avait montré être la fréquence de fonctionnement de l'accélérateur. La largeur de ce spectre, à mi-hauteur, est d'environ 700 keV. Un écart d'un ou deux mégacycles, dans un sens ou dans l'autre, suffit à perturber complètement la marche de l'appareil et à détériorer gravement le spectre. Ces petites variations de fréquence ont été obtenues en agissant sur l'adaptateur du magnétron.

Sur les figures 25 et 26, on n'observe pas de pic à basse énergie (50 ou 60 keV). Il n'y a pas lieu de s'étonner de cette absence, car sur des électrons d'énergies très différentes, le champ des bobines de focalisation, et aussi le champ terrestre, agissent différemment. Ces champs peuvent en particulier éliminer complètement les électrons de faible énergie.

Quelques expériences qualitatives ont été faites sur la pénétration des électrons dans l'aluminium, avec une série de filtres d'épaisseurs différentes, le faisceau filtré tombant ensuite sur un écran fluorescent. La dissipation d'énergie dans le métal, par ionisation et par Bremsstrahlung, fait que le parcours des électrons est une grandeur assez bien définie, mise à part une certaine dispersion statistique ("straggling"). Voici la liste des filtres utilisés avec les valeurs correspondantes de l'énergie :

|             |      |      |      |      |      |      |      |      |          |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|----------|
| épaisseur : | 1,5  | 2    | 2,5  | 3    | 3,5  | 4    | 4,5  | 5    | 5,5 mm   |
| énergie :   | 0,97 | 1,23 | 1,50 | 1,77 | 2,05 | 2,34 | 2,65 | 2,95 | 3,25 MeV |

Les fluorescences observées avec les filtres de 4,5 et 5, et surtout 5,5 mm, étaient d'ailleurs extrêmement faibles.

## b. Production de rayons X.

On a mesuré le rayonnement émis par une feuille mince de platine recevant directement le faisceau d'électrons. L'appareil utilisé était un dosimètre HAMMER équipé d'une chambre d'ionisation de 5 r (5 roentgens). Lorsqu'on utilise, comme c'est le cas, des cibles minces et des électrons rapides, ces derniers peuvent, sortant de l'accélérateur, traverser les parois de la chambre, créer une ionisation importante et fausser complètement les mesures. Il convient alors d'entourer la chambre d'une gaine en plexiglass d'épaisseur convenable. On trouve alors les résultats suivants :

|                               |        |     |     |     |
|-------------------------------|--------|-----|-----|-----|
| épaisseur de la cible en mm : | 0,3    | 0,4 | 0,5 | 0,6 |
| rayonnement en r/min ,        |        |     |     |     |
| à 20 cm                       | : 3,75 | 3,6 | 3,4 | 3,4 |

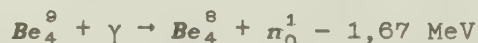
La valeur maxima, 3,75 r/min, correspond à un rayonnement de 0,5 r/min par  $\mu\text{A}$  à 1 m, dans l'axe du faisceau. Il ne faut pas être surpris de la modicité relative de ce rendement, qui est d'ailleurs une fonction très rapidement croissante de l'énergie (pour deux raisons: en augmentant l'énergie des électrons, on améliore et le rendement de la conversion de l'énergie des corpuscules en énergie rayonnante, et la directivité du rayonnement). Si on rassemble les résultats relatifs à un certain nombre d'appareils :

| Tube à rayons X                            | 100 keV | rendement | 0,0025 r/min par $\mu\text{A}$ à 1 m |
|--------------------------------------------|---------|-----------|--------------------------------------|
| - - X                                      | 1 MeV   | -         | 0,03                                 |
| Accélérateur linéaire du Collège de France | 2,3 MeV | -         | 0,5                                  |
| - - Anglais                                | 4,5 MeV | -         | 2                                    |
| - - Anglais                                | 8 MeV   | -         | 15                                   |
| - - Philips                                | 15 MeV  | -         | 100                                  |

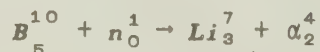
on peut constater que les valeurs des rendements se placent sur une courbe régulière en fonction de l'énergie.

### c. Production de neutrons.

Les essais de production de neutrons constituent une vérification intéressante des déterminations de l'énergie des électrons. Deux réactions sont possibles :

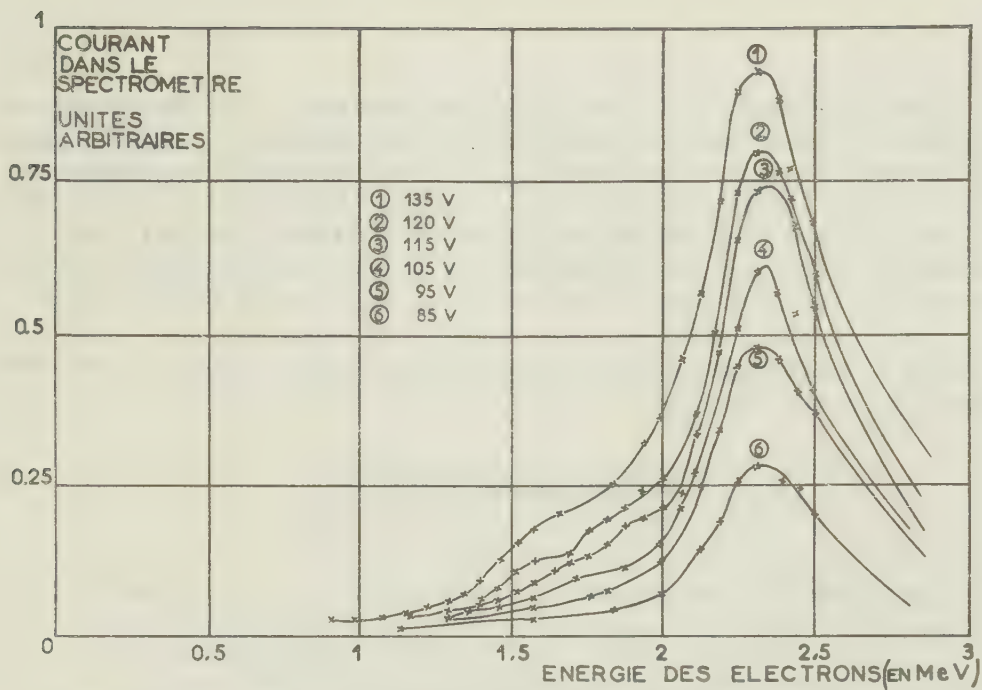


Nous les avons utilisées l'une et l'autre; la première en disposant devant la cible de platine jusqu'à huit plaques de béryllium, d'épaisseur totale 53 mm, l'autre en disposant au même endroit un échantillon d'eau lourde. Les neutrons, ralentis, "thermalisés" par la traversée de plaques de paraffine, réagissent sur des noyaux de bore (isotope  $B_{10}$ ) pour donner des particules  $\alpha$



Les particules  $\alpha$ , dont l'énergie est environ 2,1 MeV, sont détectées par un compteur à étincelles du type ROSENBLUM, complété par un dispositif de comptage.

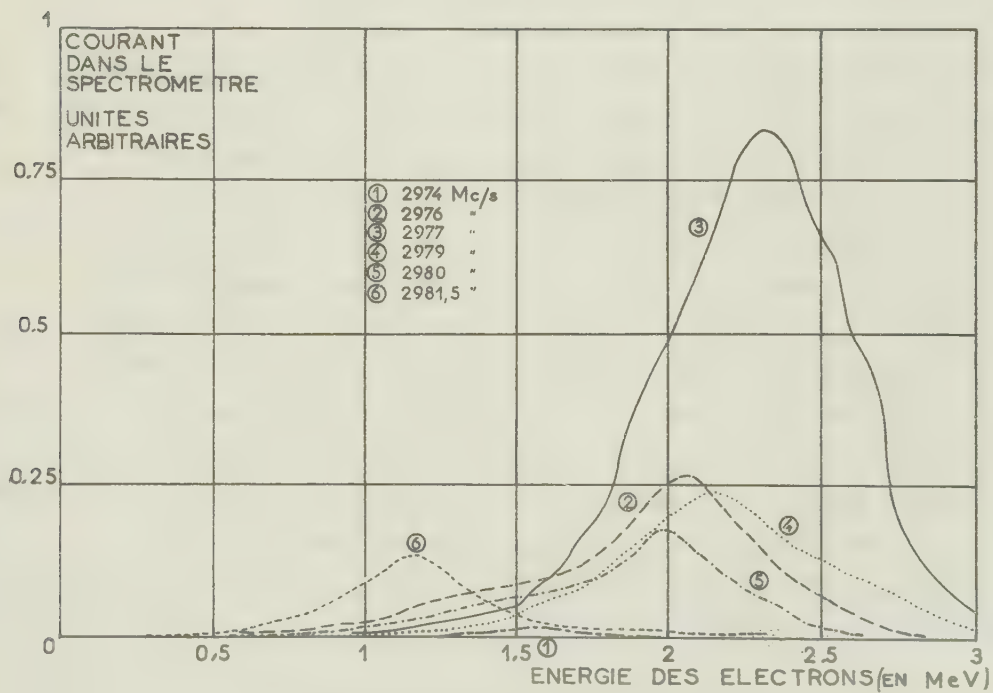
La meilleure valeur obtenue est 150 coups /min, alors qu'une source Ra-Be, de 1 curie, émettant  $1,2 \cdot 10^7$  neutrons /sec, donne 360 coups/min.



INFLUENCE DE LA TENSION DE PREACCELERATION

ACCELERATEUR 2,3 MeV

FIG.25



INFLUENCE DE LA FREQUENCE

ACCELERATEUR 2,3 MeV

FIG.26

L'accélérateur fournirait donc en moyenne  $5 \cdot 10^6$  neutrons/sec, et serait, pendant l'impulsion, l'équivalent d'une source de 10000 curies ! Le courant accéléré moyen étant de  $2 \cdot 10^{12}$  électrons/sec, le rendement en neutrons serait de l'ordre de  $2,5 \cdot 10^{-6}$ , valeur très faible, mais qui paraît être de l'ordre de grandeur des valeurs publiées. On sait que ce piètre rendement en neutrons est notamment dû au fait que les sections efficaces des réactions ( $\gamma, n$ ) sont très petites, de l'ordre de  $10^{-4}$  à  $10^{-8}$  barn

Nous rassemblons dans le tableau suivant les principales caractéristiques de l'accélérateur :

TABLEAU VI.

|                                                                             |         |         |
|-----------------------------------------------------------------------------|---------|---------|
| Puissance appliquée au magnétron                                            | 1000    | kW      |
| Puissance HF émise par la magnétron                                         | 450     | kW      |
| Amplitude de l'impulsion du magnétron                                       | 27      | kV      |
| Durée de l'impulsion du magnétron                                           | 0,75    | $\mu$ s |
| Fréquence du magnétron                                                      | 2977    | Mc/s    |
| Longueur d'onde du magnétron                                                | 10,07   | cm      |
| Puissance de l'impulsion fournie par le<br>générateur d'impulsions du canon | 300     | kW      |
| Tension de préaccélération                                                  | 50 à 60 | kV      |
| Durée de l'impulsion du canon                                               | 3       | $\mu$ s |
| Puissance de chauffage de la cathode                                        | 150     | W       |
| Fréquence de répétition                                                     | 50      | c/s     |
| Fraction utile du temps                                                     | 1/27000 |         |
| Vitesse initiale des électrons                                              | 0,403   | c       |
| Vitesse finale des électrons                                                | 0,983   | c       |
| Energie finale des électrons                                                | 2,3     | MeV     |
| Longueur du guide                                                           | 2,07    | m       |
| Champ efficace moyen                                                        | 11      | kV/cm   |
| Débit moyen accéléré                                                        | 0,3     | $\mu$ A |
| Débit accéléré en crête                                                     | 8       | mA      |
| Rayonnement X à 1 m                                                         | 0,15    | r/min   |

*DEUXIEME PARTIE*

*RECHERCHES SUR LES ONDES  
MILLIMETRIQUES*



FIG. 27

## Chapitre III

## LE MOUVEMENT DE L'ELECTRON

## 1. LE MOUVEMENT DE L'ELECTRON DANS UN ONDULATEUR HELICOIDAL

Nous traitons brièvement ce problème, bien qu'il soit classique, afin de fixer les notations et de faciliter les comparaisons avec les développements ultérieurs.

Nous supposons (*figure 27*) que l'électron se déplace dans une zone où il n'y a pas de champ électrique, mais où règne une induction magnétique uniforme, constante, et dirigée suivant  $Ox$  (le trièdre  $Oxyz$  est direct) :

$$\vec{E} = 0 \quad B_x = B \quad B_y = B_z = 0$$

cette induction étant créée par un solénoïde de dimensions et de caractéristiques convenables. L'équation relativiste du mouvement est

$$\vec{p} = \frac{\vec{dp}}{dt} = \vec{F} \quad (1)$$

la dérivée de l'impulsion par rapport au temps est égale à la force. En explicitant :

$$\frac{d}{dt} (m\vec{v}) = \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \vec{v} \right) = -e (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (2)$$

En tenant compte des données du problème, les trois équations cartésiennes équivalentes à (2) s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 v_x}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = -e (E_x + v_y B_z - v_z B_y) = 0 \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 v_y}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = -e (E_y + v_z B_x - v_x B_z) = -e B v_z \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 v_z}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = -e (E_z + v_x B_y - v_y B_x) = e B v_y \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 v_y}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = -e (E_y + v_z B_x - v_x B_z) = -e B v_z \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 v_z}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = -e (E_z + v_x B_y - v_y B_x) = e B v_y \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 v_z}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = -e (E_z + v_x B_y - v_y B_x) = e B v_y \end{array} \right. \quad (5)$$

On a par ailleurs

$$\frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = -e (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v} = 0 \quad (6)$$

Par conséquent,  $W$  et  $m$ ,  $\beta$  et  $v$ , sont des constantes. On voit alors d'après (3) que la composante longitudinale  $v_x$  de la vitesse reste inaltérée, et que

$$x - x_0 = v_l t = v_x t$$

Définissons une pulsation  $\omega_{oh}$  par la relation

$$\omega_{oh} = \frac{eB}{m} = \frac{eB}{m_0} \sqrt{1 - \beta^2} = 1,7589 \cdot 10^{11} B \sqrt{1 - \beta^2} \quad (7)$$

la fréquence "cyclotron" n'étant autre que la fréquence associée

$$\nu_{oh} = \frac{eB}{2\pi m} = \frac{eB}{2\pi m_0} \sqrt{1 - \beta^2} = 2,7993 \cdot 10^{10} B \sqrt{1 - \beta^2} \quad (8)$$

et la période correspondante étant

$$T_{oh} = \frac{2\pi m}{eB} = \frac{2\pi m_0}{eB} \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = 3,5723 \cdot 10^{-11} \frac{1}{B} \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (9)$$

Pour un certain nombre de valeurs intéressantes de l'énergie  $W$ , le tableau VII donne les valeurs de  $\frac{m}{m_0}$  et de  $\beta$ , et le tableau VIII, celles de  $\nu_{oh}$  (pour  $B = 1 \text{ Wb/m}^2$ ).

TABLEAU VII

| W<br>(MeV) | $\frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ | $\sqrt{1-\beta^2}$ | $\beta$    | $\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta}$ | $\frac{\beta^2}{1-\beta^2}$ | $\frac{\beta}{1-\beta^2}$ |
|------------|----------------------------------------------|--------------------|------------|----------------------------------|-----------------------------|---------------------------|
| 0,1        | 1,1957                                       | 0,8363             | 0,5482     | 1,5255                           | 0,4297                      | 0,7838                    |
| 0,2        | 1,3914                                       | 0,7187             | 0,6953     | 1,0336                           | 0,9359                      | 1,3461                    |
| 0,5        | 1,9785                                       | 0,5054             | 0,8629     | 0,5858                           | 2,9147                      | 3,378                     |
| 1          | 2,9570                                       | 0,3382             | 0,9411     | 0,3594                           | 7,744                       | 8,229                     |
| 2          | 4,914                                        | 0,20350            | 0,9791     | 0,20785                          | 23,148                      | 23,642                    |
| 2,3        | 5,501                                        | 0,18178            | 0,98334    | 0,18486                          | 29,261                      | 29,757                    |
| 5          | 10,785                                       | 0,09272            | 0,99569    | 0,09312                          | 115,32                      | 115,81                    |
| 10         | 20,570                                       | 0,04861            | 0,99882    | 0,04867                          | 422,1                       | 422,6                     |
| 15         | 30,355                                       | 0,03294            | 0,99946    | 0,03296                          | 920,4                       | 920,9                     |
| 20         | 40,14                                        | 0,024913           | 0,99969    | 0,024920                         | 1610,2                      | 1610,7                    |
| 30         | 59,71                                        | 0,016748           | 0,999860   | 0,016750                         | 3564                        | 3565                      |
| 50         | 98,85                                        | 0,010116           | 0,999949   | 0,010117                         | 9770                        | 9771                      |
| 100        | 196,70                                       | 0,005084           | 0,999987   | 0,005084                         | 38690                       | 38690                     |
| 200        | 392,4                                        | 0,0025484          | 0,9999968  | 0,0025484                        | 153980                      | 153980                    |
| 500        | 979,5                                        | 0,0010209          | 0,99999948 | 0,0010209                        | 959400                      | 959400                    |
| 1000       | 1958,0                                       | 0,0005107          | 0,99999987 | 0,0005107                        | 3834000                     | 3834000                   |

Les équations (4) et (5) s'écrivent alors

$$\frac{d}{dt} v_y = -\omega_{oh} v_z \quad (10)$$

$$\frac{d}{dt} v_z = \omega_{oh} v_y \quad (11)$$

En multipliant (10) par  $-i$ , et en additionnant (10) et (11), il vient

$$\frac{d}{dt} (v_z - i v_y) = i \omega_{oh} (v_z - i v_y)$$

donc

$$v_z - i v_y = C e^{i \omega_{oh} t}$$

C étant une constante complexe :

$$C = v_t e^{i \varphi_0}$$

Par suite :

$$v_z - i v_y = v_t e^{i (\omega_{oh} t + \varphi_0)}$$

TABLEAU VIII

## ONDULATEUR HELICOIDAL

$$B=1 \text{ Wb/m}^2$$

| W<br>(MeV) | $a_h$ (mm) | $v_{oh}$ (Mc/s) | $\lambda_{\max}$ (mm) | $\lambda_{\min}$ (mm) |
|------------|------------|-----------------|-----------------------|-----------------------|
| 0,1        | 1,1173     | 23412           | 12,805                | 5,785                 |
| 0,2        | 1,6490     | 20119           | 14,901                | 4,540                 |
| 0,5        | 2,9096     | 14149           | 21,188                | 2,9050                |
| 1          | 4,742      | 9467            | 31,668                | 1,8652                |
| 2          | 8,200      | 5697            | 52,63                 | 1,1000                |
| 2,3        | 9,220      | 5089            | 58,91                 | 0,9814                |
| 5          | 18,304     | 2595,6          | 115,50                | 0,4978                |
| 10         | 35,02      | 1360,9          | 220,29                | 0,2602                |
| 15         | 51,71      | 922,2           | 325,1                 | 0,1762                |
| 20         | 68,40      | 697,4           | 429,9                 | 0,1334                |
| 30         | 101,76     | 468,8           | 639,5                 | 0,08972               |
| 50         | 168,47     | 283,19          | 1058,6                | 0,05416               |
| 100        | 335,3      | 142,31          | 2106,5                | 0,02722               |
| 200        | 668,8      | 71,34           | 4202                  | 0,01364               |
| 500        | 1669,6     | 28,579          | 10490                 | 0,005466              |
| 1000       | 3337       | 14,297          | 20969                 | 0,002734              |

et en séparant les parties réelle et imaginaire

$$v_y = - v_t \sin (\omega_{oh} t + \varphi_o)$$

$$v_z = v_t \cos (\omega_{oh} t + \varphi_o)$$

Posons

$$a_h = \frac{v_t}{\omega_{oh}}$$

et intégrons :

$$y - y_0 = a_h \cos (\omega_{oh} t + \varphi_o)$$

$$z - z_0 = a_h \sin (\omega_{oh} t + \varphi_o]$$

Nous achèverons de déterminer le mouvement en fixant les conditions initiales :

$$x_0 = z_0 = 0 \quad y_0 = a_h \quad \text{donc} \quad \varphi_0 = 0 \quad (12)$$

par suite

$$\begin{cases} x = v_x t \\ y = a_h \cos \omega_{oh} t \\ z = a_h \sin \omega_{oh} t \end{cases} \quad (13)$$

les composantes de la vitesse étant

$$\begin{cases} v_x = v_l \\ v_y = -v_t \sin \omega_{oh} t \\ v_z = v_t \cos \omega_{oh} t \end{cases} \quad (13\text{bis})$$

la trajectoire de l'électron est une hélice; la projection de cette hélice sur le plan  $yOz$  est un cercle de rayon  $a_h$ ; le déplacement suivant  $Ox$  est une translation uniforme;  $v_t$  est la vitesse transversale :

$$v^2 = \beta c^2 = v_x^2 + v_t^2 = v_x^2 + a_h^2 \omega_h^2$$

le vecteur vitesse initiale  $\vec{v}_0$ , de composante  $v_x$ ,  $0$ ,  $v_t$ , fait un angle  $\alpha_0$  avec  $Ox$  :

$$v_x = v_l = v \cos \alpha_0; \quad v_t = v \sin \alpha_0 \quad (14)$$

Nous écrirons de même

$$\beta_x = \beta_l = \beta \cos \alpha_0 \quad \beta_t = \beta \sin \alpha_0 \quad (14\text{bis})$$

le rayon  $a_h$  de la trajectoire a pour expression

$$a_h = \frac{m_0 c}{eB} \frac{\beta \sin \alpha_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (15)$$

Numériquement

$$a_h = \frac{0,00170445}{B} \frac{\beta \sin \alpha_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (15\text{bis})$$

Enfin le pas  $l_h$  de l'hélice est la distance parcourue suivant  $Ox$  pendant une période  $T$  du mouvement :

$$l_h = v_x T_{oh} \quad \text{avec} \quad T_{oh} = \frac{2\pi}{\omega_{oh}}$$

$$l_h = \frac{2\pi m_0 c}{eB} \frac{\beta \cos \alpha_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (16)$$

Numériquement

$$l_h = \frac{0,0107094}{B} \frac{\beta \cos \alpha_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (16\text{bis})$$

$B$  étant exprimée, comme dans (7), (8), (9), (15bis), en  $\text{Wb} / \text{m}^2$  (myriagauss)

## TABLEAU IX

## ONDULATEUR HELICOÏDAL

 $W = 2,3 \text{ MeV}$  $B = 1 \text{ Wb/m}^2$  $v_{oh} = 5089 \text{ Mc/s}$ 

| $\alpha_0$ | $a_h (\text{mm})$ | $l_h (\text{mm})$ | $\beta_l = \beta \cos \alpha_0$ | $\frac{\lambda'_h = \sqrt{1 - \beta_l^2}}{l_h}$ | $\lambda'_h (\text{mm})$ | $\frac{v'_h = 1}{v_h \sqrt{1 - \beta_l^2}}$ |
|------------|-------------------|-------------------|---------------------------------|-------------------------------------------------|--------------------------|---------------------------------------------|
| 0°         | 0,0000            | 57,93             | 0,9833                          | 0,18486                                         | 10,709                   | 5,501                                       |
| 5°         | 0,8036            | 57,71             | 0,9796                          | 0,20518                                         | 11,841                   | 4,975                                       |
| 10°        | 1,6011            | 57,05             | 0,9684                          | 0,25751                                         | 14,691                   | 4,010                                       |
| 15°        | 2,3864            | 55,96             | 0,9498                          | 0,3293                                          | 18,429                   | 3,197                                       |
| 20°        | 3,1535            | 54,44             | 0,9240                          | 0,4137                                          | 22,523                   | 2,6157                                      |
| 25°        | 3,897             | 52,50             | 0,8912                          | 0,5089                                          | 26,719                   | 2,2046                                      |
| 30°        | 4,610             | 50,17             | 0,8516                          | 0,6155                                          | 30,880                   | 1,9077                                      |
| 35°        | 5,289             | 47,46             | 0,8055                          | 0,7356                                          | 34,91                    | 1,6875                                      |
| 40°        | 5,927             | 44,38             | 0,7533                          | 0,8731                                          | 38,75                    | 1,5204                                      |
| 45°        | 6,520             | 40,96             | 0,6953                          | 1,0337                                          | 42,34                    | 1,3914                                      |

| $\alpha_0$ | $v'_h (\text{Mc/s})$ | $\frac{v_h = \lambda'_h}{v'_h \lambda_h}$ | $v_h (\text{Mc/s})$ | $\lambda_h (\text{mm})$ | $P_R (10^{-15} \text{ W})$ | $W_R (10^{-23} \text{ J})$ |
|------------|----------------------|-------------------------------------------|---------------------|-------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 0°         | 27993                | 10,911                                    | 305440              | 0,9815                  | 0,000                      | 0,0000                     |
| 5°         | 25316                | 9,848                                     | 249320              | 1,2024                  | 3,528                      | 1,2013                     |
| 10°        | 20406                | 7,891                                     | 161030              | 1,8617                  | 14,003                     | 4,823                      |
| 15°        | 16269                | 6,236                                     | 101450              | 2,9552                  | 31,109                     | 10,925                     |
| 20°        | 13311                | 5,032                                     | 66980               | 4,476                   | 54,32                      | 19,610                     |
| 25°        | 11219                | 4,169                                     | 46770               | 6,409                   | 82,95                      | 31,046                     |
| 30°        | 9708                 | 3,532                                     | 34290               | 8,743                   | 116,10                     | 45,47                      |
| 35°        | 8587                 | 3,0467                                    | 26162               | 11,459                  | 152,78                     | 63,27                      |
| 40°        | 7737                 | 2,6658                                    | 20625               | 14,535                  | 191,88                     | 84,97                      |
| 45°        | 7080                 | 2,3590                                    | 16702               | 17,949                  | 232,19                     | 111,39                     |

Le tableau IX donne les valeurs de  $a_h$  et  $l_h$ , en fonction de  $\alpha_0$  (pour une énergie de 2,3 MeV et une induction de  $1 \text{ Wb/m}^2$ ). Le tableau VIII donne les valeurs de  $a_h$ , en fonction de  $W$  (pour un angle  $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$  et une induction de  $1 \text{ Wb/m}^2$ ).

Nous avons utilisé jusqu'ici un système (S) d'axes rectangulaires fixes (liés au laboratoire Oxyz. Introduisons maintenant un système (S') d'axes rectangulaires mobiles.  $O'x'y'z'$ . Les axes  $O'x'$  et  $Ox$  sont confondus,  $O'$  coïncidant avec  $O$  à l'instant  $t = 0$ . Les axes  $O'y'$  et  $Oy$ ,  $O'z'$  et  $Oz$ , sont respectivement parallèles. Ce système (S') est animé d'un mouvement de translation uniforme, de vitesse  $v_l$ , par rapport au système (S). Dans (S'), les coordonnées de l'électron sont

$$\begin{cases} x' = 0 \\ y' = a_h \cos \omega_{oh} t \\ z' = a_h \sin \omega_{oh} t \end{cases}$$

la trajectoire de l'électron est un cercle de rayon  $a_h$ ; le mouvement est périodique, sa pulsation, sa fréquence et sa période étant données par (7), (8) et (9); mais il faut noter qu'il s'agit là de grandeurs mesurées dans le système (S). Les coordonnées d'espace et de temps, mesurées dans (S) et (S'), sont reliées par les formules de transformation de LORENTZ

$$\begin{cases} x' = \alpha_l (x - v_l t) & y' = y & z' = z \\ t' = \alpha_l \left( t - \frac{v_l x}{c^2} \right) \end{cases} \quad (17)$$

en posant

$$\alpha_l = \left[ 1 - \left( \frac{v_l}{c} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (18)$$

$v_l$  désignant d'une façon générale la vitesse de translation, vitesse longitudinale suivant  $Ox$ .

Que devient en particulier la période, mesurée dans (S') ?

Considérons une période du mouvement dans (S) : elle commence en temps  $t_1 = 0$ , les coordonnées de l'électron étant  $x_1 = 0$  (et  $y_1 = z_1 = 0$ ), et finit au temps  $t_2 = T$ , les coordonnées de l'électron étant  $x_2 = l_h = v_l T$  (et  $y_2 = z_2 = 0$ ).

D'après (17), on a

$$t'_1 = 0$$

$$t'_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_l}{c}\right)^2}} \left(1 - \frac{v_l^2}{c^2}\right) T = T \sqrt{1 - \left(\frac{v_l}{c}\right)^2} = \frac{T}{\alpha_l}$$

la période  $T'$  du mouvement, mesurée dans  $(S')$  est donc

$$T' = t'_2 - t'_1 = T \sqrt{1 - \left(\frac{v_l}{c}\right)^2} = \frac{T}{\alpha_l} \quad (19)$$

les lois de transformation relativistes font donc que la période  $T'$  est plus courte que  $T$ , puisque le facteur  $\sqrt{1 - \left(\frac{v_l}{c}\right)^2}$  (dans lequel on reconnaît le facteur de contraction de LORENTZ-FITZGERALD, qui est tabulé plus loin : se reporter au tableau X), est inférieur à l'unité.

En tenant compte de (9) et (14) on écrira :

$$T'_h = \frac{2\pi m_0}{eB} \frac{\sqrt{1 - \beta^2 \cos^2 \alpha_0}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (20)$$

et numériquement

$$T'_h = 3,5723 \cdot 10^{-11} \frac{1}{B} \frac{\sqrt{1 - \beta^2 \cos^2 \alpha_0}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (20bis)$$

et de même, en désignant toujours par des lettres primées les grandeurs mesurées dans le système  $(S')$

$$v'_h = \frac{eB}{2\pi m_0} \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{\sqrt{1 - \beta^2 \cos^2 \alpha_0}} \quad (21)$$

$$v'_h = 2,7993 \cdot 10^{10} B \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{\sqrt{1 - \beta^2 \cos^2 \alpha_0}} \quad (21bis)$$

$$\omega'_h = \frac{eB}{m_0} \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{\sqrt{1 - \beta^2 \cos^2 \alpha_0}} \quad (22)$$

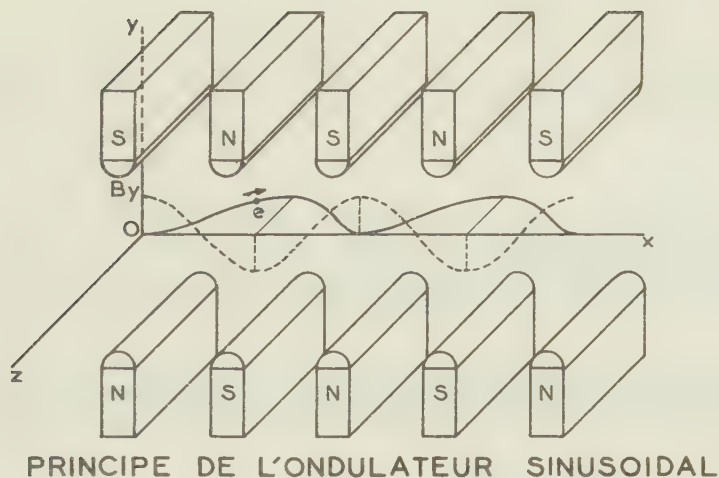


FIG.28

$$\omega'_h = 1,7589 \cdot 10^{11} \cdot B \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{\sqrt{1 - \beta^2 \cos^2 \alpha_0}} \quad (22\text{bis})$$

la valeur du rayon  $a_h$ , grandeur "transversale", n'est pas modifiée par le changement d'axes.

#### Remarque

Dans le dispositif expérimental, pour satisfaire aux conditions initiales exprimées par (12) et (14), on canalisera le faisceau d'électrons, à la sortie de l'accélérateur, par un collimateur débouchant à l'intérieur du solénoïde, à une distance suffisante des extrémités. Ce collimateur, fabriqué en métal ou alliage ferromagnétique, de propriétés convenables et d'épaisseur suffisante pour soustraire le faisceau à l'action du champ magnétique dans la zone de transition où ce champ varie d'une manière compliquée, sera aligné suivant l'axe de l'accélérateur, l'axe du solénoïde étant incliné par rapport à ce dernier de l'angle  $\alpha_0$ .

## 2 - LE MOUVEMENT DE L'ELECTRON DANS UN ONDULATEUR SINUSOIDAL (1)

### a. Solution des équations du mouvement.

Nous supposons maintenant que l'induction magnétique se réduit à une composante cissoïdale  $B_y$ .

$$\vec{E} = 0 \quad B_x = B_z = 0 \quad B_y = B \cos \gamma x \quad (23)$$

(1) COMBE et FEIX 53, 54.

avec

$$\gamma = \frac{2\pi}{l} \quad (23)$$

Cette distribution de champ sera généralement réalisée au moyen d'un aimant permanent à pôles multiples (*figure 28*). Le "pas"  $l$  est la distance séparant deux pôles magnétiques de même nom. L'axe  $Ox$  est cette fois confondu avec l'axe de l'accélérateur, ou du moins lui est parallèle.

Comme dans le problème précédent, la valeur absolue de la vitesse est constante, et les trois équations du mouvement s'écrivent

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 v_x}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = eB v_z \cos \gamma x \quad (24)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 v_y}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = 0 \quad (25)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 v_z}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) = -eB v_x \cos \gamma x \quad (26)$$

Donnons-nous les coordonnées initiales de l'électron

$$x_0 = y_0 = z_0 = 0 \quad (27)$$

naturellement :

$$v_{x0}^2 + v_{y0}^2 + v_{z0}^2 = \beta^2 c^2 = v^2$$

L'intégration de (25) est immédiate :

$$y - y_0 = v_y t \quad v_y = \text{Cte} = v_{y0}$$

Nous prendrons

$$v_y = 0$$

d'où

$$y \equiv 0$$

(28)

la vitesse initiale est contenue dans le plan  $xOz$ ; la trajectoire de l'électron reste aussi contenue dans le plan  $xOz$ .

Intégrons maintenant l'équation (26)

$$\frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \frac{d}{dt} \left( \frac{dz}{dt} \right) = - \frac{eB}{\gamma} \cos \gamma x \left( \gamma \frac{dx}{dt} \right)$$

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \left[ \left( \frac{dz}{dt} \right) - \left( \frac{dz}{dt} \right)_0 \right] = -\frac{eB}{\gamma} (\sin \gamma x - \sin \gamma x_0) = -\frac{eB}{\gamma} \sin \gamma x \quad (29)$$

Substituons ce résultat dans (24)

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{d^2 x}{dt^2} - \frac{eB \sqrt{1-\beta^2}}{m_0} \left( -\frac{eB}{\gamma} \sin \gamma x + \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \dot{z}_0 \right) \cos \gamma x = 0 \quad (30)$$

l'intégration de cette équation ne se présente pas à priori comme une opération aisée ; aussi chercherons-nous une solution simple en nous limitant au cas

$$\left. \begin{aligned} \dot{z}_0 &= v_{z0} = 0 \\ \dot{x}_0 &= v_{x0} = v = \beta c \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

et par suite

(30) s'écrit alors

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{e^2 B^2 (1-\beta^2)}{2\gamma m_0^2} \sin 2\gamma x = 0 \quad (32)$$

On reconnaît l'équation classique - non linéaire - du mouvement pendulaire. Introduisons une notation commode pour ce qui suit en définissant le paramètre  $k$

$$k = \frac{eB \sqrt{1-\beta^2}}{\gamma m_0 \beta c} = \frac{e}{2\pi m_0 c} \frac{Bl \sqrt{1-\beta^2}}{\beta} \quad (33)$$

Numériquement, en exprimant  $l$  en mètres et  $B$  en myriagauss :

$$k = 93,376 \quad Bl \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta} \quad (33\text{bis})$$

Le paramètre  $k$  est le produit d'une constante universelle par le terme  $Bl$  (caractérisant l'aimant), et par le terme  $\sqrt{1-\beta^2}/\beta$ , qui ne dépend que de l'énergie des électrons utilisés (cf. tableau VII).

Ecrivons maintenant l'équation (32) sous la forme

$$2\gamma \frac{1}{\gamma^2 \beta^2 c^2} \frac{d^2 x}{dt^2} + k^2 \sin 2\gamma x = 0 \quad (34)$$

l'intégration de cette dernière équation fournit, compte tenu de (27) et (31), la relation

$$\frac{2\gamma^2}{\gamma^2\beta^2c^2} \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 - k^2 \cos 2\gamma x = \frac{2\gamma^2}{\gamma^2\beta^2c^2} x_0^2 - k^2 \cos 2\gamma x_0 = 2 - k^2$$

ou

$$\frac{2\gamma^2}{\gamma^2\beta^2c^2} \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = 2 - k^2 (1 - \cos 2\gamma x) = 2 (1 - k^2 \sin^2 \gamma x)$$

ou encore

$$\frac{\gamma}{\gamma\beta c} \frac{dx}{dt} = \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \gamma x}$$

donc

$$\gamma\beta c t = \int_0^x \frac{d(\gamma x)}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \gamma x}} = F(k, \gamma x) \quad (35)$$

$F$  étant l'intégrale elliptique (incomplète) de 1<sup>ère</sup> espèce, d'argument  $\gamma x$ , et de module  $k$ .

Inversement

$$\sin \gamma x = \operatorname{sn} (\gamma\beta c t, k) \quad (36)$$

la notation  $\operatorname{sn}$  désignant le sinus elliptique de JACOBI.

Nous supposons  $k < 1$ , sinon le mouvement de l'électron serait limité aux points d'abscisses  $\pm x_0$ , tels que

$$\sin \gamma x_0 = \frac{1}{k} \quad (37)$$

les trajectoires correspondantes étant des courbes fermées qui ne nous intéressent pas.

Il reste à obtenir l'expression de  $z$  en fonction du temps, en intégrant l'équation (29) qui peut maintenant s'écrire :

$$\frac{\gamma}{\gamma\beta c} \frac{dz}{dt} = -k \sin \gamma x = -k \operatorname{sn} (\gamma\beta c t, k) \quad (38)$$

d'où

$$\gamma z = -k \int_0^t \operatorname{sn}(\gamma \beta c t, k) \gamma \beta c \, dt \quad (39)$$

c'est-à-dire, d'après une formule connue (1)

$$\gamma z = -\log \frac{dn(\gamma \beta c t, k) - k \operatorname{cn}(\gamma \beta c t, k)}{1 - k} \quad (40)$$

les notations  $dn$  et  $cn$  désignant les deux autres fonctions elliptiques classiques de JACOBI.

En éliminant le temps entre (36) et (40), et en tenant compte des identités reliant entre elles les fonctions  $\operatorname{sn}$ ,  $cn$ , et  $dn$

$$\operatorname{sn}^2 u + \operatorname{cn}^2 u = 1$$

$$dn^2 u - k^2 \operatorname{cn}^2 u = 1 - k^2$$

on obtient l'équation de la trajectoire

$$\cos \gamma x = \operatorname{ch} \gamma z + \frac{1}{k} \operatorname{sh} \gamma z \quad (41)$$

trajectoire qui en fait diffère peu d'une sinusoïde.

Il est facile de calculer l'élongation maxima  $2a_e$  de l'électron suivant  $Oz$ .

Lorsqu'elle est atteinte,

$$\frac{dz}{dt} = 0 ; \operatorname{sn}(\gamma \beta c t) = 0 ; \operatorname{cn}(\gamma \beta c t) = -1 ; dn(\gamma \beta c t) = 1$$

En substituant dans (40) on trouve

$$a_e = \frac{1}{2\gamma} \log \frac{1 - k}{1 + k} \quad (42)$$

Il est commode de grouper les résultats obtenus, en réécrivant les valeurs des coordonnées de l'électron, que nous ferons suivre des composantes de la vitesse et de l'accélération :

(1) JAHNKE et EMDE, L45, page 96.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin \gamma x = \operatorname{sn} (\gamma \beta c t, k) \\ y = 0 \\ \gamma z = - \log \frac{\operatorname{dn} (\gamma \beta c t, k) - k \operatorname{cn} (\gamma \beta c t, k)}{1 - k} \end{array} \right. \quad (43)$$

En tenant compte de la relation  $1 - k^2 \operatorname{sn}^2 u = \operatorname{dn}^2 u$ , il vient

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = \beta c \operatorname{dn} (\gamma \beta c t, k) \\ \frac{dy}{dt} = 0 \\ \frac{dz}{dt} = - k \beta c \operatorname{sn} (\gamma \beta c t, k \lambda) \end{array} \right. \quad (44)$$

et en tenant compte de

$$\begin{aligned} \frac{d}{du} (\operatorname{sn} u) &= \operatorname{cn} u \operatorname{dn} u \\ \frac{d}{du} (\operatorname{dn} u) &= - k^2 \operatorname{sn} u \operatorname{cn} u \end{aligned}$$

on obtient finalement

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 x}{dt^2} = - k^2 \beta c (\gamma \beta c) \operatorname{sn} (\gamma \beta c t, k) \operatorname{cn} (\gamma \beta c t, k) \\ \frac{d^2 y}{dt^2} = 0 \\ \frac{d^2 z}{dt^2} = - k \beta c (\gamma \beta c) \operatorname{cn} (\gamma \beta c t, k) \operatorname{dn} (\gamma \beta c t, k) \end{array} \right. \quad (45)$$

Les formules (44) méritent quelques commentaires. La composante

transversale de la vitesse  $\frac{dz}{dt}$ , varie comme  $\operatorname{sn} u$ , fonction impaire de valeur moyenne nulle, de période  $4K$ , tendant vers  $\sin u$  pour  $k$  tendant vers zéro, et dont le développement est

$$\operatorname{sn} u \simeq u - (1 + k^2) \frac{u^3}{3!} + (1 + 14 k^2 + k^4) \frac{u^5}{5!} - \dots \text{ etc}$$

(Rappelons que  $K$  est l'intégrale elliptique complète de 1<sup>ère</sup> espèce, définie par

$$K(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} \quad (46)$$

$$\text{Pour } \begin{matrix} k \rightarrow 0 \\ k \rightarrow 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} K \rightarrow \frac{\pi}{2} \\ K \rightarrow \infty \end{matrix} \quad \Bigg) .$$

Les valeurs de  $\text{sn } u$  sont comprises entre  $-1$  et  $+1$ , avec comme points remarquables

$$\text{sn } 0 = \text{sn } 2K = \text{sn } 4K = 0$$

$$\text{sn}[(2 \pm 1)K] = \mp 1$$

La vitesse transversale oscille donc entre deux valeurs extrêmes et opposées

$$\frac{dx}{dt} = \pm k\beta_c = \pm kv$$

Quant à la vitesse axiale  $\frac{dz}{dt}$ , elle varie comme  $\text{dn } u$ , fonction paire de période  $2K$ , tendant vers  $1$  pour  $k$  tendant vers zéro, et dont le développement est

$$\text{dn } u \simeq 1 - k^2 \frac{u^2}{2!} + k^2(k^2 + 4) \frac{u^4}{4!} - \dots \text{ etc}$$

Les valeurs de  $\text{dn } u$  sont comprises entre  $+1$  et un minimum égal à  $k'$ , ( $k'$  étant le module complémentaire défini par

$$k'^2 = 1 - k^2 \quad (47)$$

avec comme points remarquables

$$\text{dn } 0 = \text{dn } 2K = 1$$

$$\text{dn } K = k'$$

la vitesse axiale oscille donc entre un maximum égal à  $\beta_c$  (atteint lorsque  $\frac{dz}{dt} = 0$ ), et un minimum égal à  $k'\beta_c$  (atteint lorsque  $\frac{dz}{dt} = \pm k\beta_c$ ), alors que, dans l'ondulateur hélicoïdal, elle était constante et égal à  $\beta_c \cos \alpha_0$

b. Valeur moyenne de la vitesse longitudinale.

Soit  $\overline{v_x}$  la valeur moyenne de  $\frac{dx}{dt}$ . Définissons le paramètre  $\overline{\beta}$  par

$$\overline{v_x} = \overline{\beta} c \quad (48)$$

$\frac{\overline{\beta}}{\beta}$  est donc compris entre  $k'$  et 1.

Posons que le système d'axes mobiles  $(S')$  est animé d'un mouvement de translation uniforme, de vitesse  $\overline{v_x}$ , par rapport à  $(S)$ . Dans  $(S')$ , le déplacement moyen de l'électron suivant  $Ox$  est nul, sa trajectoire est une courbe fermée, qu'il est facile de tracer dans chaque cas particulier (en fait, géométriquement, une sorte de "huit").

D'après (43), et compte tenu des propriétés de périodicité des fonctions  $sn u$ ,  $cn u$ , et  $du u$ , la période du mouvement est  $4K$ , les coordonnées de l'électron étant exprimées en fonction non du temps, mais de  $\gamma\beta ct$ . On a donc

$$\gamma\beta c T_0 = 4K(k)$$

$$T_0 = \frac{4K}{\gamma\beta c} = \frac{2K}{\pi} \frac{1}{\beta c} \quad (49)$$

Or la période  $T_0$  est le quotient du pas  $l$  de l'ondulateur par la vitesse moyenne  $\overline{v_x}$  :

$$T_0 = \frac{l}{\overline{v_x}} = \frac{l}{\beta c} \quad (50)$$

d'où la formule très condensée suivante, tirée de (49) et (50)

$$\frac{\overline{\beta}}{\beta} = \frac{\pi}{2K(k)} \quad (51)$$

Dans les applications numériques, il est souvent plus commode, et en tous cas plus précis, plutôt que de se servir des tables d'intégrales elliptiques, d'utiliser le développement

$$\frac{2K}{\pi} = 1 + 2 \left(\frac{k^2}{8}\right) + 9 \left(\frac{k^2}{8}\right)^2 + 50 \left(\frac{k^2}{8}\right)^3 + \frac{1225}{4} \left(\frac{k^2}{8}\right)^4 + \dots$$

Ecrivons les formules, analogues à (50), donnant la fréquence et la pulsation du mouvement

$$\nu_0 = \frac{\pi}{2K} \frac{\beta_c}{1} = \frac{\bar{\beta}_c}{1} \quad (52)$$

$$\omega_0 = \frac{\pi^2}{K} \frac{\beta_c}{1} = \frac{2\pi\bar{\beta}_c}{1} = \gamma\bar{\beta}_c \quad (53)$$

Naturellement,  $T_0$ ,  $\nu_0$ , et  $\omega_0$ , sont des grandeurs mesurées dans le système (S) du laboratoire. La période  $T'$  du mouvement, mesurée dans le système (S') lié à l'électron est plus courte que  $T_0$ ;  $T'$  et  $T_0$  étant liées par la relation (19), relation générale qui s'applique ici :

$$T' = \frac{T_0}{\alpha_l} = T_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v_l}{c}\right)^2} = T_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v_x}{c}\right)^2} = T_0 \sqrt{1 - \bar{\beta}^2} \quad (54)$$

$$T' = \frac{1}{\bar{\beta}_c} \sqrt{1 - \bar{\beta}^2} = \frac{1}{c} \frac{\sqrt{1 - \bar{\beta}^2}}{\bar{\beta}} \quad (55)$$

et d'une manière analogue

$$\nu' = \frac{c}{1} \frac{\bar{\beta}}{\sqrt{1 - \bar{\beta}^2}} \quad (56)$$

$$\omega' = \frac{2\pi c}{1} \frac{\bar{\beta}}{\sqrt{1 - \bar{\beta}^2}} \quad (57)$$

$\nu'$  et  $\omega'$  étant, bien entendu, la fréquence et la pulsation mesurées dans le système (S').

Le paramètre  $\bar{\beta}$  joue un rôle important. Non seulement il définit le système (S') et permet de calculer les grandeurs cinématiques dans ce système, mais encore, comme nous le verrons, il intervient dans les formules de l'effet DOPPLER. Nous montrerons qu'il est nécessaire de le connaître avec une grande précision. Il est donc indispensable de disposer d'une formule exacte permettant de le calculer. Il se trouve que cette formule (formule 51) est d'une mise en œuvre facile.

C'est dans cette formule donnant  $\bar{\beta}$ , plus que dans l'équation de la trajectoire, ou dans l'expression de la vitesse et de l'accélération, que réside l'intérêt de la théorie "elliptique" de l'ondulateur. Par ailleurs (mais cette considération est assez académique), cette théorie constitue un des cas d'intégration exacte des équations de la dynamique de l'électron.

### c. Solution approchée du problème.

Les fonctions elliptiques sont d'un maniement relativement difficile, ce qui peut rendre malaisée l'utilisation des formules (43), (44) et (45). Si dans les applications on a besoin d'expressions simples ne faisant intervenir que des fonctions élémentaires, on se servira des développements suivants :

$$\operatorname{sn} u \simeq \sin w (1 + 4q \cos^2 w) \quad (58)$$

$$\operatorname{dn} u \simeq 1 - 8q \sin^2 w \quad (59)$$

$w$  et  $q$  étant définis par

$$w = \frac{\pi}{2K} u \quad (60)$$

$$q = e^{-\pi \frac{K'}{K}} \quad (61)$$

$K'$  étant l'intégrale elliptique complète de 1<sup>ère</sup> espèce, correspondant au paramètre  $k'$ .

Mais pour obtenir des équations du mouvement permettant d'effectuer certains calculs (distributions - angulaire et en fréquences - du rayonnement), nous écrirons les expressions suivantes, encore plus simples

$$\operatorname{sn} u \simeq \sin \frac{\pi}{2K} w \quad (62)$$

$$\operatorname{dn} u \simeq \operatorname{Cte} = \overline{\operatorname{dn} u} = 1 - 4q \quad (63)$$

Cela revient à prendre pour composantes de la vitesse, à la place de celles données par les formules (44)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = \bar{\beta} c \\ \frac{dy}{dt} = 0 \\ \frac{dz}{dt} = -k\bar{\beta} c \sin \frac{\pi}{2K} \beta \gamma c t = -k\bar{\beta} c \sin \bar{\gamma} \bar{\beta} c t \end{array} \right. \quad (64)$$

ou encore en tenant compte de (53) et en posant

$$\begin{cases} v_l = \bar{\beta}c \\ v_t = k\beta c \end{cases} \quad (65)$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_l \\ \frac{dy}{dt} = 0 \\ \frac{dz}{dt} = -v_t \sin \omega_0 t \end{cases} \quad (66)$$

L'approximation "sinusoïdale" conserve la pulsation  $\omega_0$ , et par suite la fréquence  $\nu_0$  et la période  $T_0$ . Et mesurées dans ( $S'$ ) ces trois grandeurs seront  $\omega', \nu', T'$ , données par (57), (56) et (55).

En intégrant (66), on obtient les coordonnées de l'électron

$$\begin{cases} x = v_l t \\ y = 0 \\ z = a(\cos \omega_0 t - 1) \end{cases} \quad (67)$$

en posant

$$a = \frac{v_t}{\omega_0} = \frac{k\beta}{\gamma\bar{\beta}} = \frac{kK}{\pi^2} l \quad (68)$$

La trajectoire de l'électron est une sinusoïde. Cette approximation a été utilisée par MOTZ (1).

Bien entendu on ne respecte plus ici la constance de la vitesse vraie, puisqu'on a

$$v^2 = \dot{x}^2 + \dot{z}^2 = c^2 (\bar{\beta}^2 + k^2 \beta^2 \sin^2 \omega_0 t)$$

au lieu de rester égal à 1,  $\frac{v^2}{\beta^2 c^2}$  oscille entre  $\frac{\bar{\beta}^2}{\beta}$  et  $\frac{\bar{\beta}^2}{\beta} + k^2$

soit, par exemple,

|       |        |    |        |      |              |
|-------|--------|----|--------|------|--------------|
| entre | 0,9748 | et | 1,0248 | pour | $k^2 = 0,05$ |
| -     | 0,9491 | -  | 1,0491 | -    | 0,10         |
| -     | 0,8959 | -  | 1,0959 | -    | 0,20         |

d. Remarque sur les conditions initiales.

Nous avons déterminé le mouvement de l'électron, dans l'hypothèse où l'induction magnétique est donnée par la relation  $B_y = B \cos \gamma x$ , par les conditions initiales

$$x_0 = y_0 = z_0 = 0 \quad v_{x0} = \beta c$$

$$v_{y0} = v_{z0} = 0$$

L'injection des électrons peut d'ailleurs se faire en un point quelconque, à condition évidemment que les valeurs de  $x, z, v_x, v_z$ , et  $t$  restent liées par les relations (43) et (44). Si elle a lieu en un autre point où le champ est maximum (au droit d'une paire de pôles nord-sud de l'aimant), la vitesse devra encore être purement longitudinale; si elle se fait en un point où le champ est nul, alors d'après (38), on a

$$|v_z| = k\beta c \quad |v_x| = \beta c \sqrt{1-k^2}$$

et l'angle  $\alpha$  du vecteur vitesse avec l'axe  $Ox$  est tel que

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{k}{\sqrt{1-k^2}} \quad (69)$$

L'étude de la trajectoire, d'après (41), montre que les courbes  $B(x)$  et  $z(x)$  présentent la disposition relative qu'indique la figure 29. On se rend compte sans calcul que si l'électron est injecté, avec une vitesse  $v_z$  différente de zéro, en un point où le champ magnétique est maximum, il en résultera une dérive, en moyenne non nulle, suivant  $Oz$ .

Il en est d'ailleurs de même, s'il est injecté en un point quelconque, dès que les valeurs initiales de  $v_z$  et de  $t$  ne vérifient plus la

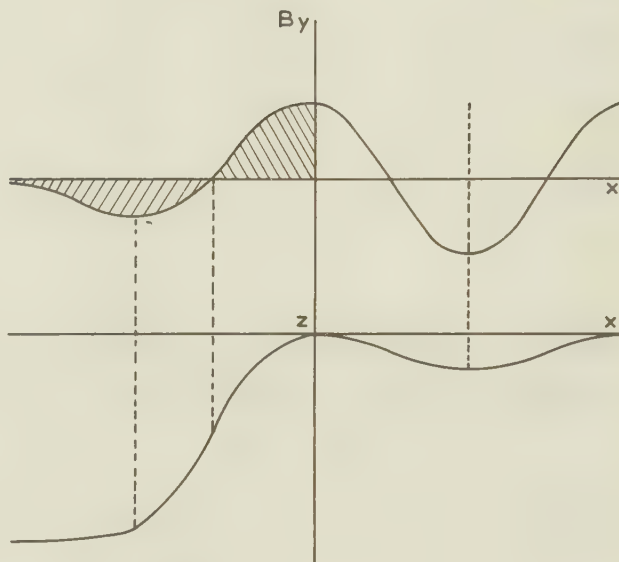


FIG. 29

relation (38). Dans ce cas, l'intégration de l'équation du mouvement conduirait à des calculs plus longs que ceux que nous avons donnés, mais le temps s'exprimerait d'ailleurs toujours par une intégrale elliptique d'argument  $\gamma x$ . En fait les solutions à dérive non nulle sont sans intérêt technique, l'électron tendant à quitter l'ondulateur.

Il reste à préciser comment doit être constitué le dispositif expérimental. Une première solution est celle que nous avons proposée dans le cas de l'ondulateur hélicoïdal, les électrons étant injectés en un point convenable de l'appareil au moyen d'un collimateur formant blindage magnétique.

Mais il existe une autre solution, peut être plus élégante, celle de l'électro-aimant correcteur, qui réalise dans la partie de l'installation précédant l'aimant de l'ondulateur, une distribution de champ convenable qui est telle que la vitesse de l'électron est purement longitudinale au droit de la première paire de pôles ( $x = 0$ ).

Quelle doit être cette distribution ? Nous pouvons la déterminer par le raisonnement suivant, emprunté à MOTZ (1). Comme il n'y a pas de champ électrique, on a, en appelant  $\rho$  le rayon de courbure de la trajectoire, et  $C$  une constante :

$$\frac{1}{\rho} = CB$$

Si  $B = B_0 f(x)$

$$\frac{1}{\rho} = CB_0 f(x)$$

D'autre part

$$\frac{1}{\rho} = \frac{z''}{(1+z'^2)^{3/2}} \quad \text{avec} \quad z' = \frac{dz}{dx} \quad \text{et} \quad z'' = \frac{d^2 z}{dx^2}$$

donc

$$\frac{z''}{(1+z'^2)^{3/2}} = CB_0 f(x)$$

et en intégrant

$$\int \frac{dz'}{(1+z'^2)^{3/2}} = \frac{z'}{(1+z'^2)^{1/2}} = CB_0 \int f(x) dx$$

Prenons comme limites d'intégration  $x = -\infty$  et  $x = 0$ . Pour  $x = -\infty$ ,  $z'$  est nul (faisceau libre);  $z'$  doit être nul aussi pour  $x = 0$  : l'intégrale du dernier membre doit donc être nulle, d'où la condition à satisfaire :

$$\int_{-\infty}^0 f(x) dx = 0 \quad (70)$$

la distribution exacte du champ étant sans importance (cf. figure 29).

(1) MOTZ, THON et WHITEHURST 53.



## Chapitre IV

## THEORIE DU RAYONNEMENT DE L'ELECTRON

## 1 - L'EFFET DOPPLER. (1)

## a. En Physique classique.

Considérons de nouveau les deux systèmes de référence (S) et (S') que nous avons défini page 65 . Nous allons étudier comment se transforment, lorsqu'on passe d'un système à l'autre, les grandeurs qui caractérisent un phénomène ondulatoire, et notamment la fréquence (le changement de fréquence observé constituant, comme on sait, l'effet DOPPLER). En nous plaçant dans le cas particulier d'une onde plane, nous pourrions de plus nous limiter à l'étude d'une grandeur scalaire, la généralisation au cas d'une grandeur vectorielle ou tensorielle allant de soi.

Il nous sera utile de développer les calculs, et dans le cadre de la Physique prérelativiste, où les coordonnées d'univers dans (S) et (S') sont liées par les formules de transformation de GALILEE :

$$\begin{cases} x' = x - v_1 t & y' = y & z' = z \\ t' = t \end{cases} \quad (1)$$

et dans le cadre de la Relativité restreinte, où l'on doit employer les formules de LORENTZ (formules (17) du chapitre III).

(1) BERGMANN, L 42, page 133; MØLLER L 52, pages 8 et 62.

Soit, dans le système (S),  $M(x, y, z)$  le point d'observation où l'on considère la grandeur vibratoire scalaire

$$U(x, y, z) = A \cos 2\pi\nu \left( t - \frac{d}{v_\varphi} \right)$$

$A$  est l'amplitude,  $\nu$  la fréquence,  $v_\varphi$  la vitesse de phase, et  $d$  est défini (figure 30) par

$$d = OH = \vec{OM} \cdot \vec{n}$$

$\vec{n}$  étant le vecteur unitaire sur la normale à l'onde, vecteur unitaire défini par les angles  $\theta$  et  $\varphi$ . Les composantes de  $\vec{n}$  étant  $\cos \theta$ ,  $\sin \theta \cos \varphi$ ,  $\sin \theta \sin \varphi$ , on a

$$U = A \cos 2\pi\nu \left( t - \frac{x \cos \theta + y \sin \theta \cos \varphi + z \sin \theta \sin \varphi}{v_\varphi} \right) \quad (2)$$

ou

$$U = A \cos \Phi$$

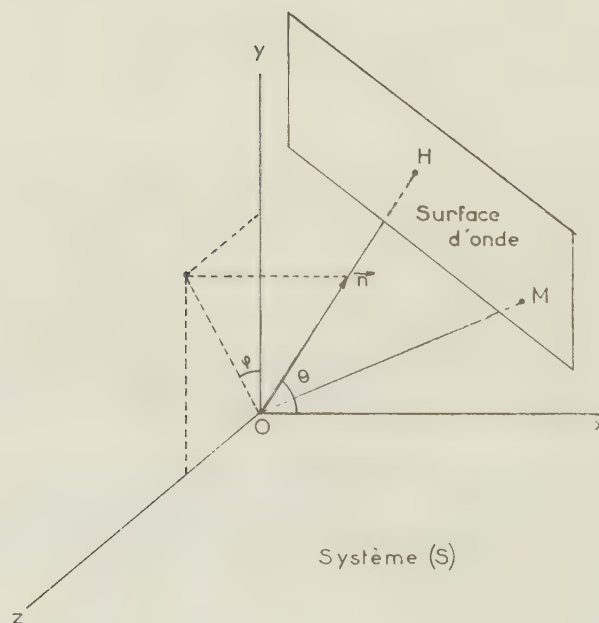


FIG. 30

en appelant  $\Phi$  la phase de l'onde :

$$\Phi = 2\pi\nu \left( t - \frac{x \cos \theta + y \sin \theta \cos \varphi + z \sin \theta \sin \varphi}{v_{\varphi}} \right) \quad (3)$$

Cette onde est entièrement déterminée par les grandeurs  $A$ ,  $\nu$ ,  $v_{\varphi}$ , et par la direction de propagation  $\theta$ ,  $\varphi$ .

Si on observe le phénomène dans le système mobile ( $S'$ ), a priori, toutes les grandeurs se transforment (suivant des lois à déterminer) : les coordonnées d'espace et de temps, les angles, les fréquences, les vitesses de phase, ainsi que les grandeurs  $A$  et  $U$ .

Etablissons d'abord le principe (ou théorème) de l'invariance de la phase. Un observateur placé en  $M$  ( $xyz$ ) regarde le phénomène ondulatoire, et compte le nombre de crêtes défilant devant lui : cela, à partir du passage de la crête origine, numérotée zéro (celle qui passe en  $O$  au temps  $t = 0$ ), et jusqu'au temps  $t$ . Il détermine ainsi un nombre égal à la phase de l'onde, mesurée en unités  $2\pi$  :

$$\frac{\Phi}{2\pi} = \nu \left( t - \frac{d}{v_{\varphi}} \right)$$

Un observateur placé en  $M'$  ( $x' y' z'$ ) se livrant de la même manière au même travail, mesure la phase  $\Phi'$  :

$$\frac{\Phi'}{2\pi} = \nu' \left( t' - \frac{d'}{v'_{\varphi}} \right)$$

Nos deux physiciens commencent leur comptage à la même crête origine, la crête zéro. Au temps  $t$ , mesuré dans ( $S$ ) (correspondant à  $t'$  mesuré dans ( $S'$ )), ils se rencontrent au même point de l'espace, car nous avons pris les points  $M$  et  $M'$  de façon que leurs coordonnées d'univers soient liées par les transformations (de GALILEE ou de LORENTZ). Ils arrêtent donc leur comptage à la même crête finale, et arrivent au même nombre. Par suite

$$\Phi = \Phi' \quad (4)$$

la phase  $\Phi$  est un invariant :

$$2\pi\nu \left( t - \frac{x \cos \theta + y \sin \theta \cos \varphi + z \sin \theta \sin \varphi}{v_{\varphi}} \right)$$

$$= 2\pi\nu' \left( t' - \frac{x' \cos \theta' + y' \sin \theta' \cos \varphi' + z' \sin \theta' \sin \varphi'}{v'_{\varphi}} \right) \quad (5)$$

Remplaçons dans le deuxième membre  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ ,  $t'$ , par leur expression en fonction de  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $t$ , (formules de GALILEE), et identifions les coefficients de  $t$ ,  $x$ .. dans les deux membres.

Il vient

$$\nu = \nu' \left( 1 + \frac{v_l \cos \theta'}{v'_{\varphi}} \right) \quad (6)$$

$$\frac{\nu \cos \theta}{v_{\varphi}} = \frac{\nu' \cos \theta'}{v'_{\varphi}} \quad (7)$$

$$\nu \frac{\sin \theta \cos \varphi}{v_{\varphi}} = \nu' \frac{\sin \theta' \cos \varphi'}{v'_{\varphi}} \quad (8)$$

$$\nu \frac{\sin \theta \sin \varphi}{v_{\varphi}} = \nu' \frac{\sin \theta' \sin \varphi'}{v'_{\varphi}} \quad (9)$$

De (8) et (9) on tire

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \varphi'$$

ou

$$\varphi = \varphi' \quad (10)$$

et

$$\nu \frac{\sin \theta}{v_{\varphi}} = \nu' \frac{\sin \theta'}{v'_{\varphi}} \quad (11)$$

et de (7) et (11), on tire

$$\operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg} \theta'$$

ou

$$\theta = \theta' \quad (10_{\text{bis}})$$

la direction de la normale à l'onde est la même dans les deux systèmes (S) et (S'). (6) et (7) s'écrivent

$$\nu = \nu' \left( 1 + \frac{v_l \cos \theta}{v'_{\varphi}} \right) \quad (12)$$

et

$$\frac{v}{v_{\varphi}} = \frac{v'}{v'_{\varphi}} \quad (13)$$

Et de (12) et (13) on déduit aisément les relations

$$v' = v \left( 1 - \frac{v_l \cos \theta}{v_{\varphi}} \right) \quad (14)$$

et

$$v'_{\varphi} = v_{\varphi} \left( 1 - \frac{v_l \cos \theta}{v_{\varphi}} \right) = v_{\varphi} - v_l \cos \theta \quad (15)$$

La formule (14) reliant les fréquences  $v$  et  $v'$ , est celle de l'effet DOPPLER. La formule (15) relie les vitesses de propagation  $v_{\varphi}$  et  $v'_{\varphi}$ .

Appliquons ces formules au cas du vide. Dans le système  $(S)$ , immobile et lié à l'éther, la vitesse  $v_{\varphi}$  est la vitesse de la lumière  $c$ . Alors

$$v' = v (1 - \beta_l \cos \theta) \quad (16)$$

$$v'_{\varphi} = c - v_l \cos \theta \quad (17)$$

Considérons un observateur et une source en mouvement relatif, et se rapprochant l'un de l'autre. Il faut distinguer deux cas :

$\vec{S}$   
  
 ( ' )

1° / l'observateur est immobile, et observe sous un angle  $\theta = 0$

$$v = v_{ob} \quad v' = v_s$$

$$v_{ob} = v_s \frac{1}{1 - \beta_l} \quad (18)$$

$\vec{O}$   
  
 ( ' )

2° / l'observateur est mobile, et observe sous un angle  $\theta' = \pi$

$$v' = v_{ob} \quad v = v_s$$

$$v_{ob} = v_s (1 + \beta_l) \quad (19)$$

**Conclusion** : les deux formules classiques (18) et (19) diffèrent entre elles : le système de l'éther, privilégié, étant doué de propriétés particulières. Il s'en suit que, pour un mouvement relatif donné, il n'est pas indifférent par exemple que l'observateur soit immobile dans (S) ou dans (S').

#### b. En relativité restreinte.

Si nous reprenons le calcul précédent à partir des formules de LORENTZ, les formules (6) à (9) sont remplacées par les suivantes :

$$v = v' \alpha_L \left( 1 + \frac{v_L \cos \theta'}{v'_{\phi}} \right) \quad (20)$$

$$\frac{v \cos \theta}{v_{\phi}} = v' \alpha_L \left( \frac{\beta_L}{c} + \frac{\cos \theta'}{v'_{\phi}} \right) \quad (21)$$

$$v \frac{\sin \theta \cos \varphi}{v_{\phi}} = v' \frac{\sin \theta' \cos \varphi'}{v'_{\phi}} \quad (8)$$

$$v \frac{\sin \theta \sin \varphi}{v_{\phi}} = v' \frac{\sin \theta' \sin \varphi'}{v'_{\phi}} \quad (9)$$

Les formules (10) et (11) sont encore valables. Mais en divisant (7) par (11), on obtient la relation entre les angles (formule de l'aberration)

$$\cotg \theta = \alpha_L \left( \cotg \theta' + \frac{\beta_L v'_{\phi}}{c} \frac{1}{\sin \theta'} \right) \quad (22)$$

Nous continuerons le calcul non dans le cas général de deux milieux différents ( $v_{\phi} \neq v'_{\phi}$ ), mais dans le cas où le vide est le milieu commun. La vitesse de la lumière dans le vide est un invariant relativiste,

$$v_{\phi} = v'_{\phi} = c$$

et les formules (20) de l'effet DOPPLER, et (22) de l'aberration prennent la forme plus simple

$$v = v' \alpha_L (1 + \beta_L \cos \theta') \quad (23)$$

$$\cotg \theta = \alpha_l \left( \cotg \theta' - \frac{\beta_l}{\sin \theta'} \right) \quad (24)$$

Les formules inverses de (23) et de (24) s'obtiennent immédiatement par le procédé habituel : interchanger les grandeurs primées et non primées, changer le signe de  $v_l$  et  $\beta_l$ , ce qui donne

$$v' = v \alpha_l (1 - \beta_l \cos \theta) \quad (23\text{bis})$$

$$\cotg \theta' = \alpha_l \left( \cotg \theta - \frac{\beta_l}{\sin \theta} \right) \quad (24\text{bis})$$

Il est plus commode d'écrire les formules de l'aberration sous la forme

$$\cos \theta = \frac{\cos \theta' + \beta_l}{1 + \beta_l \cos \theta'} \quad (25)$$

$$\cos \theta' = \frac{\cos \theta - \beta_l}{1 - \beta_l \cos \theta} \quad (25\text{bis})$$

Examinons maintenant les propriétés essentielles de l'effet DOPPLER relativiste. Un phénomène de fréquence  $v'$  est produit dans le système mobile ( $S'$ ). L'observateur-lié au laboratoire - observe sous un angle  $\theta$  (par rapport à l'axe  $Ox$ ), et mesure une fréquence  $v$  donnée par

$$v = \frac{v'}{\alpha_l (1 - \beta_l \cos \theta)} = v' \frac{\sqrt{1 - \beta_l^2}}{1 - \beta_l \cos \theta} \quad (26)$$

Les formules permettant la transformation des périodes et des longueurs d'onde sont

$$T = \alpha_l (1 - \beta_l \cos \theta) T' \quad (27)$$

$$\lambda = \alpha_l (1 - \beta_l \cos \theta) \lambda' \quad (28)$$

Dans la direction de l'axe, et en avant ( $\theta = 0$ ), on observe une multiplication de fréquence

$$\frac{v}{v'} = \frac{T'}{T} = \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{\sqrt{1 - \beta_l^2}}{1 - \beta_l} = \sqrt{\frac{1 + \beta_l}{1 - \beta_l}} \quad (29)$$

TABLEAU X

CONTRACTION DE LORENTZ  
ET EFFET DOPPLER

| $\beta_1$ | $\sqrt{1-\beta_1^2}$ | $\frac{1}{\sqrt{1-\beta_1^2}}$ | $\frac{1}{\lambda'} = \frac{\beta_1}{\sqrt{1-\beta_1^2}}$ | $\frac{\lambda'}{\lambda} = \sqrt{\frac{1+\beta_1}{1-\beta_1}}$ | $\frac{\lambda}{\lambda'} = \sqrt{\frac{1-\beta_1}{1+\beta_1}}$ | $\frac{1}{\lambda} = \frac{\beta_1}{1-\beta_1}$ |
|-----------|----------------------|--------------------------------|-----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| 0,100     | 0,9950               | 1,0050                         | 0,10050                                                   | 1,1055                                                          | 0,9045                                                          | 0,11111                                         |
| 0,200     | 0,9798               | 1,0206                         | 0,20412                                                   | 1,2247                                                          | 0,8165                                                          | 0,25000                                         |
| 0,500     | 0,8660               | 1,1547                         | 0,5773                                                    | 1,7320                                                          | 0,5773                                                          | 1,0000                                          |
| 0,800     | 0,6000               | 1,6667                         | 1,3334                                                    | 3,0000                                                          | 0,3333                                                          | 4,000                                           |
| 0,900     | 0,4359               | 2,2942                         | 2,0648                                                    | 4,359                                                           | 0,22942                                                         | 9,000                                           |
| 0,920     | 0,3919               | 2,5516                         | 2,3475                                                    | 4,899                                                           | 0,20412                                                         | 11,500                                          |
| 0,940     | 0,3412               | 2,9311                         | 2,7552                                                    | 5,686                                                           | 0,17586                                                         | 15,667                                          |
| 0,950     | 0,31225              | 3,203                          | 3,043                                                     | 6,245                                                           | 0,16013                                                         | 19,000                                          |
| 0,960     | 0,28000              | 3,571                          | 3,428                                                     | 7,000                                                           | 0,14286                                                         | 24,000                                          |
| 0,970     | 0,24310              | 4,113                          | 3,990                                                     | 8,103                                                           | 0,12340                                                         | 32,33                                           |
| 0,980     | 0,19900              | 5,025                          | 4,924                                                     | 9,950                                                           | 0,10050                                                         | 49,00                                           |
| 0,990     | 0,14107              | 7,089                          | 7,018                                                     | 14,107                                                          | 0,07089                                                         | 99,00                                           |
| 0,992     | 0,12624              | 7,922                          | 7,859                                                     | 15,780                                                          | 0,06337                                                         | 124,00                                          |
| 0,994     | 0,10938              | 9,142                          | 9,087                                                     | 18,230                                                          | 0,05485                                                         | 165,67                                          |
| 0,995     | 0,09987              | 10,012                         | 9,962                                                     | 19,975                                                          | 0,05006                                                         | 199,00                                          |
| 0,996     | 0,08935              | 11,192                         | 11,147                                                    | 22,338                                                          | 0,04477                                                         | 249,00                                          |
| 0,997     | 0,07740              | 12,920                         | 12,881                                                    | 25,800                                                          | 0,03876                                                         | 332,3                                           |
| 0,998     | 0,06321              | 15,819                         | 15,787                                                    | 31,607                                                          | 0,031639                                                        | 499,0                                           |
| 0,999     | 0,04471              | 22,366                         | 22,344                                                    | 44,71                                                           | 0,022366                                                        | 999,0                                           |

Dans la direction de l'axe, et en arrière ( $\theta = \pi$ ), on observe une modification de fréquence dans le rapport inverse :

$$\frac{\nu}{\nu'} = \frac{T'}{T} = \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{\sqrt{1-\beta_l^2}}{1+\beta_l} = \sqrt{\frac{1-\beta_l}{1+\beta_l}} \quad (30)$$

Dans la direction perpendiculaire ( $\theta = \frac{\pi}{2}$ ), il y a aussi diminution de la fréquence :

$$\frac{\nu}{\nu'} = \frac{T'}{T} = \frac{\lambda'}{\lambda} = \sqrt{1-\beta_l^2} \quad (31)$$

Nous nous servirons des formules (26) à (31) dans la théorie du rayonnement d'un onduleur. Comparons-les pour le moment aux résultats

classiques rappelés page 81 . Le premier cas (formule 18) correspond à  $v_{ob} = v$ ,  $v_s = v'$ ,  $\theta = 0$ ; on a donc, d'après (23bis)

$$v_{ob} = v_s \frac{1}{\alpha_l (1 - \beta_l)} = v_s \frac{\sqrt{1 - \beta_l^2}}{1 - \beta_l} = v_s \sqrt{\frac{1 + \beta_l}{1 - \beta_l}} \quad (32)$$

Le deuxième cas (formule 19) correspond à  $v_{ob} = v'$ ,  $v_s = v$ ,  $\theta' = \pi$ ; on a donc, d'après (23)

$$v_{ob} = v_s \frac{1}{\alpha_l (1 - \beta_l)} = v_s \frac{\sqrt{1 - \beta_l^2}}{1 - \beta_l} = v_s \sqrt{\frac{1 + \beta_l}{1 - \beta_l}} \quad (32)$$

**Conclusion** : les deux formules relativistes sont les mêmes, alors que les formules classiques étaient différentes. Cette symétrie est normale, puisque les référentiels (S) et (S') sont équivalents en relativité. Le tableau X donne les valeurs du coefficient  $\sqrt{(1+\beta_l)(1-\beta_l)}$ , et de son inverse, en fonction de  $\beta_l$ . Il donne également les valeurs de la contraction de LORENTZ  $\sqrt{1-\beta_l^2}$ , et de son inverse. Pour les valeurs de  $\beta_l$ , voisines de 1, qui nous intéressent, il faut employer les formules relativistes. Les formules classiques prévoient d'ailleurs une multiplication de fréquence plus importante (par exemple, 50 au lieu de 9,95 pour  $\beta_l = 0,98$ ; 100 au lieu de 14,11 pour  $\beta_l = 0,99$ ), mais elles sont fausses ! Par contre, si  $\beta_l$  est petit devant l'unité, on peut réécrire (18), (19) et (32) sous la forme

$$v_{ob} \simeq v_s (1 + \beta_l + \beta_l^2 + \dots)$$

$$v_{ob} = v_s$$

$$v_{ob} \simeq v_s \left( 1 + \beta_l + \frac{\beta_l^2}{2} + \dots \right)$$

Ces trois formules coïncident en premier ordre : c'est un cas particulier du théorème de LORENTZ. Au second ordre, la correction relativiste  $\frac{\beta_l^2}{2}$  est la moitié de l'écart  $\beta_l^2$  qui différencie les deux formules classiques.

Avant les travaux sur l'ondulateur, il n'y a pas eu, à notre connaissance d'expérience sur l'effet DOPPLER (terrestre ou astronomique), suffisamment précise pour permettre de départager ces diverses formules, à la seule exception, croyons-nous, des recherches de IVES, vers 1938 (1). Ives étudia le changement de fréquence de la raie  $H_\beta$  ( $\lambda = 4861 \text{ \AA}$ ), émise

(1) IVES 37, 37a, 37b, 37c, 37d, 38; CLARK JONES 39.

par des ions hydrogène (correspondant à la molécule  $H^2$ ), accélérés par une différence de potentiel de 18.000 V, la valeur de  $\beta_l$  étant 0,0045 environ. Son dispositif ingénieux permettait de photographier à la fois la raie primitive  $v_0$ , et les deux raies déplacées  $v_1$  et  $v_2$  correspondant au déplacement des ions en sens inverses; on a

$$v_1 = v_0 \frac{1 + \beta_l}{\sqrt{1 - \beta_l^2}}$$

$$v_2 = v_0 \frac{1 - \beta_l}{\sqrt{1 - \beta_l^2}}$$

donc

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{v_0}{\sqrt{1 - \beta_l^2}} = 1,000010 \quad (33)$$

En théorie classique, on trouverait

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{v_0}{1 - \beta_l^2} = 1,000020 \quad (33bis)$$

IVES a vérifié l'accord de l'expérience et de la formule (33). Sur la plaque photographique, le déplacement DOPPLER d'une raie est de l'ordre de 2 mm, mais il aurait fallu le mesurer avec une extrême précision, pour pouvoir choisir entre les deux théories. Le déplacement du centre de gravité, dont la mesure constituait le test crucial, était d'environ 5  $\mu$  (10  $\mu$  d'après la théorie classique).

## 2. FREQUENCE FONDAMENTALE RAYONNEE PAR UN ONDULATEUR (1)

Les étapes du calcul de cette fréquence sont :

- 1° / Le calcul dans le système (S) des grandeurs mécaniques qui caractérisent le mouvement.
- 2° / La transformation de ces grandeurs pour passer au système (S'). On connaît alors la fréquence et la longueur d'onde rayonnées dans ce système (S').
- 3° / La transformation de la fréquence et de la longueur d'onde par les formules de l'effet DOPPLER, lorsqu'on revient au système (S).

(1) COMBE et FEIX, 53a, 54.

### a. Ondulateur hélicoïdal.

Nous avons vu, que dans le système mobile ( $S'$ ), le mouvement de l'électron est périodique, et que la trajectoire qu'il décrit est un cercle; la fréquence du mouvement, mesurée dans ( $S'$ ), est donnée par les formules (21) et (21bis) du chapitre III

$$\nu'_h = \frac{eB}{2\pi m_0} \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\sqrt{1-\beta^2 \cos^2 \alpha_0}}$$

L'onde électromagnétique émise, toujours considérée dans le système ( $S'$ ), sera une superposition d'ondes monochromatiques de fréquences  $n\nu'_h$  ( $n = 1, 2, 3 \dots$  etc.).

Mais l'observateur, lié au système ( $S$ ), observera des ondes de fréquence  $n\nu_h$ ,  $\nu_h$  et  $\nu'_h$  étant reliées par la formule de l'effet DOPPLER (26)

$$\nu = \nu' \frac{\sqrt{1-\beta_l^2}}{1-\beta_l \cos \theta}$$

On a, pour l'ondulateur hélicoïdal

$$\beta_l = \beta \cos \alpha_0$$

et

$$\nu_h = \nu'_h \frac{\sqrt{1-\beta^2 \cos^2 \alpha_0}}{1-\beta \cos \alpha_0 \cos \theta} \quad (34)$$

de sorte qu'il vient

$$\nu_h = \frac{eB}{2\pi m_0} \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta \cos \alpha_0 \cos \theta} \quad (35)$$

ou

$$\nu_h = 2,7993 \cdot 10^{10} B \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta \cos \alpha_0 \cos \theta} \quad (35bis)$$

Les formules correspondantes pour les longueurs d'onde sont

$$\lambda_h = \frac{2\pi m_0 c}{eB} \frac{1-\beta \cos \alpha_0 \cos \theta}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (36)$$

$$\lambda_h = 1,07094 \cdot 10^{-2} \frac{1}{B} \frac{1 - \beta \cos \alpha_0 \cos \theta}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (36\text{bis})$$

En tenant compte de la relation (16) du chapitre III

$$I = \frac{2\pi m_0 c}{eB} \frac{\beta \cos \alpha_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

il vient

$$\lambda' = \frac{c}{v'} = \frac{2\pi m_0 c}{eB} \frac{\sqrt{1 - \beta^2} \cos^2 \alpha_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} = I \frac{\sqrt{1 - \beta^2} \cos^2 \alpha_0}{\beta \cos \alpha_0} = I \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{\beta} \quad (37)$$

et

$$\lambda = I \frac{1 - \beta \cos \alpha_0 \cos \theta}{\beta \cos \alpha_0} = I \frac{1 - \beta \cos \theta}{\beta} \quad (37\text{bis})$$

Le tableau IX, pour  $W = 2,3 \text{ MeV}$ ,  $B = 1 \text{ Wb/m}^2$ , et pour le cas de l'observation axiale, en avant ( $\theta = 0$ ), donne, en même temps que les valeurs de  $\frac{\lambda'_h}{I}$ ,  $\lambda'_h$  et  $v'_h$ , celles du rapport  $v_h/v'_h = \lambda'_h/\lambda_h$ , et celles de  $v_h$  et  $\lambda_h$ , le tout en fonction de  $\alpha_0$ . On se reportera également à la figure 31.

Le tableau VIII donne, pour un certain nombre de valeurs de l'énergie  $W$ , les longueurs d'onde maxima et minima possibles, correspondant respectivement à  $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$  (trajectoire circulaire dans le système (S), pas d'effet DOPPLER), et à  $\alpha_0 = 0$  (trajectoire rectiligne, effet DOPPLER maximum, mais puissance rayonnée nulle) :

$$\lambda_h (\text{max}) = \frac{2\pi m_0 c}{eB} \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (38)$$

$$\lambda_h (\text{min}) = \frac{2\pi m_0 c}{eB} \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \beta} \quad (38\text{bis})$$

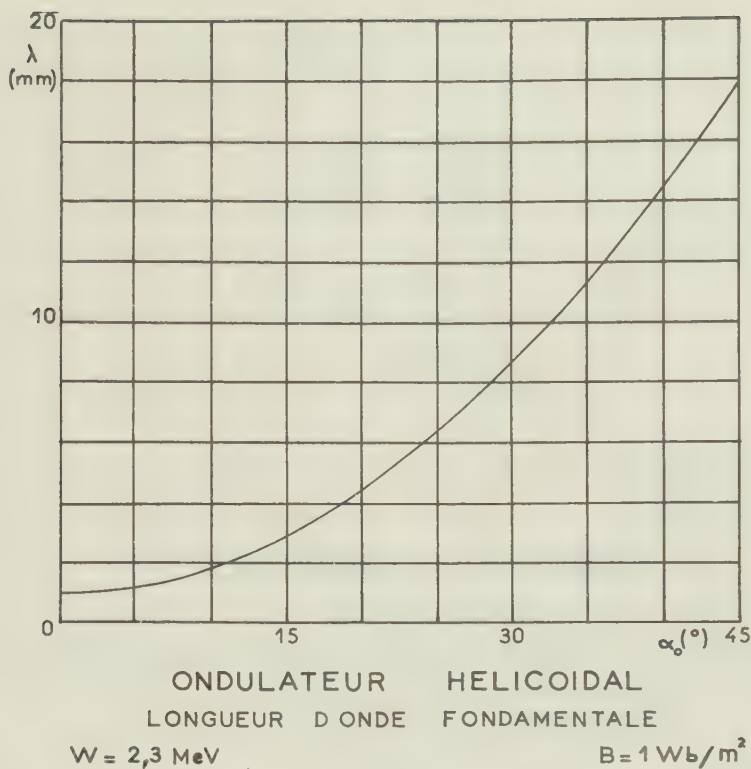


FIG.31

### b. Ondulateur sinusoïdal.

Le calcul est analogue au précédent. Dans le système ( $S'$ ), où l'électron, animé d'un mouvement périodique, décrit une trajectoire en forme de huit, la fréquence fondamentale  $\nu'$  est donnée par la formule (56) du chapitre III :

$$\nu' = \frac{\pi}{2K} \frac{\beta c}{l} \frac{1}{\sqrt{1 - \bar{\beta}^2}} = \frac{c}{l} \frac{\bar{\beta}}{\sqrt{1 - \bar{\beta}^2}}$$

avec

$$\frac{\bar{\beta}}{\beta} = \frac{\pi}{2K}$$

La fréquence  $\nu$ , mesurée dans le système du laboratoire est encore reliée à  $\nu'$  par la formule (26), avec cette fois

$$\beta_l = \bar{\beta}$$

On a donc

$$v = v' \frac{\sqrt{1 - \bar{\beta}^2}}{1 - \bar{\beta} \cos \theta} \quad (39)$$

par conséquent,

$$v = \frac{c}{1} \frac{\bar{\beta}}{1 - \bar{\beta} \cos \theta} \quad (40)$$

et

$$\lambda = 1 \frac{1 - \bar{\beta} \cos \theta}{\bar{\beta}} \quad (41)$$

TABLEAU XI

ONDULATEUR SINUSOIDAL

RAPPORT  $l/\lambda_{\min}$

PUISSANCE ET ENERGIE RAYONNEE PAR UN ELECTRON

pour  $B=1 \text{ Wb/m}^2$   $L=1\text{m}$   $k=0$

| $W$<br>(MeV) | $W$<br>( $10^{-23}\text{J}$ ) | $\frac{l}{\lambda_{\min}}$ | $P_R$ ( $10^{-15}\text{W}$ ) | $W_R$ ( $10^{-23}\text{J}$ ) |
|--------------|-------------------------------|----------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 0,1          | 1,6021 $10^0$                 | 1,2134                     | 6,820                        | 2,0747                       |
| 0,2          | 3,204 $10^0$                  | 2,2819                     | 14,853                       | 3,563                        |
| 0,5          | 8,010 $10^0$                  | 6,294                      | 46,26                        | 8,942                        |
| 1            | 1,6021 $10^1$                 | 15,973                     | 122,90                       | 21,782                       |
| 2            | 3,204 $10^1$                  | 46,79                      | 367,4                        | 62,58                        |
| 2,3          | 3,685 $10^1$                  | 59,02                      | 464,4                        | 78,77                        |
| 5            | 8,010 $10^1$                  | 231,14                     | 1830,2                       | 306,55                       |
| 10           | 1,6021 $10^2$                 | 844,7                      | 6699                         | 1118,6                       |
| 15           | 2,4031 $10^2$                 | 1841,4                     | 14607                        | 2437,6                       |
| 20           | 3,204 $10^2$                  | 3221                       | 25555                        | 4264                         |
| 30           | 4,806 $10^2$                  | 7129                       | 56570                        | 9436                         |
| 50           | 8,010 $10^2$                  | 19541                      | 155060                       | 25864                        |
| 100          | 1,6021 $10^3$                 | 77380                      | 614000                       | 102410                       |
| 200          | 3,204 $10^3$                  | 307960                     | 2,4438 $10^6$                | 407600                       |
| 500          | 8,010 $10^3$                  | 1918800                    | 15,226 $10^6$                | 2,5400 $10^7$                |
| 1000         | 1,6021 $10^4$                 | 7668000                    | 60,85 $10^6$                 | 1,0149 $10^7$                |

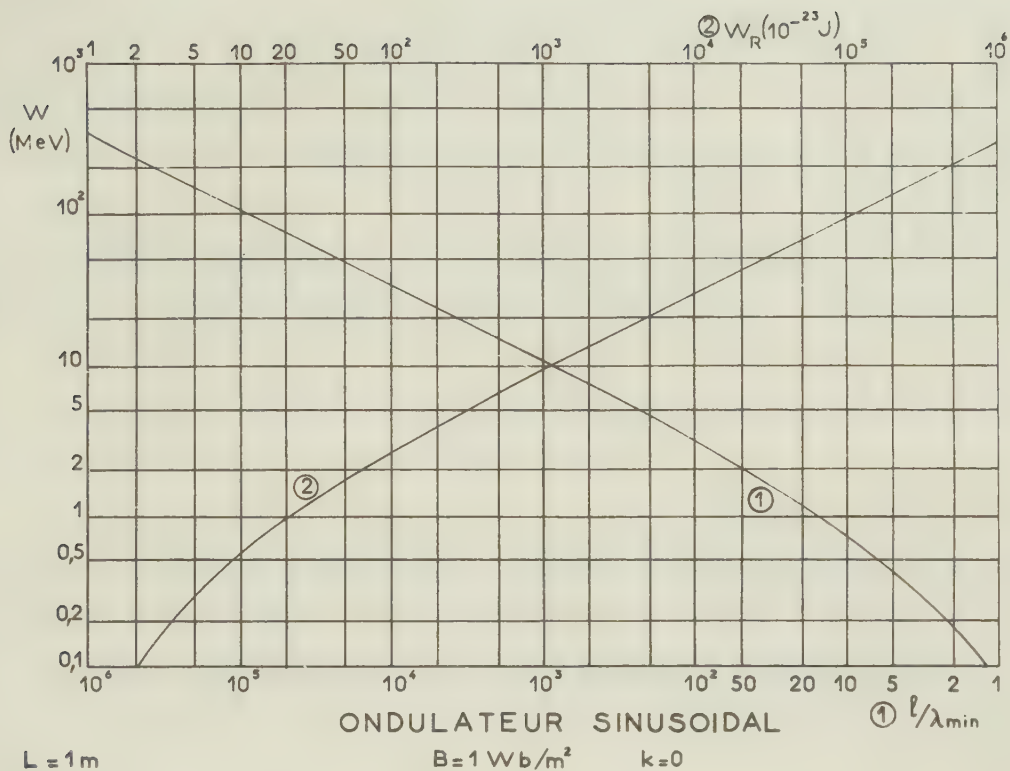


FIG.32

et, enfin, dans le cas habituel de l'observation axiale

$$\lambda = l \frac{1 - \bar{\beta}}{\bar{\beta}} \quad (41bis)$$

Les formules (37bis) et (41), qui ne font intervenir que l'effet DOPPLER, sont évidemment les mêmes.

La relation (41bis) montre que l'élément fondamental de périodicité qu'est le pas  $l$  de l'aimant (ou le pas  $l_h$  de l'hélice), doit être multiplié par le facteur  $\frac{1 - \beta_l}{\beta_l}$ , qui peut être très petit, pour donner la longueur d'onde  $\lambda$  (ou  $\lambda_h$ ). Il est plus commode de raisonner sur le facteur inverse, qui peut s'écrire

$$\frac{\beta_l}{1 - \beta_l} = \frac{l}{\lambda} = \beta_l \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_l^2}} \frac{\sqrt{1 - \beta_l^2}}{1 - \beta_l} = \beta_l \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_l^2}} \sqrt{\frac{1 + \beta_l}{1 - \beta_l}}$$

et qui apparait donc sous la forme d'un produit de trois facteurs : le paramètre  $\beta_l$ , l'inverse du facteur de contraction  $\sqrt{1 - \beta_l^2}$ , et le gain DOPPLER. Il est intéressant d'observer comment varient, en fonction de  $\beta_l$ , ces trois facteurs qui concourent au "raccourcissement" de la longueur d'onde. C'est ce que permet de faire la tableau X. Pour les valeurs de  $\beta_l$  voisines de 1, le gain DOPPLER est à peu près égal au double du gain dû à la contraction de LORENTZ.

Pour un onduleur déterminé, et des électrons d'énergie donnée, il existe une longueur d'onde minima possible. On l'obtient lorsque l'induction magnétique, l'amplitude de la vibration de l'électron, (et, bien entendu, aussi la puissance rayonnée) tendent vers zéro. On a alors  $\bar{\beta} = 0$  et

$$\lambda_{\min} = l \frac{1 - \beta}{\beta} \quad (42)$$

Le rapport  $l/\lambda_{\min}$  est donné, en fonction de l'énergie des électrons, par le tableau XI et la figure 32. On voit notamment qu'il est égal à 59, pour les électrons de 2,3 MeV produits par notre accélérateur.

Cette formule élémentaire (42) a été donnée par MOTZ (1).

#### Remarque .

Si l'on veut refaire le calcul de la fréquence fondamentale rayonnée par l'onduleur dans le cadre de la mécanique non relativiste, on écrira les relations

$$\nu' = \nu_0 \quad (\text{pas de contraction de LORENTZ})$$

$$\nu = \nu' \frac{1}{1 - \beta_l \cos \theta} \quad (\text{formule de l'effet DOPPLER classique})$$

et on aboutira cependant aux formules exactes (37bis) et (41). Cela vient de ce que le radical relativiste  $\sqrt{1 - \beta_l^2}$  s'élimine et disparaît du résultat. Un exemple analogue dans l'histoire de la Physique peut être fourni, croyons-nous, par la théorie élémentaire du phénomène de ZEEMAN (triplet normal). La constante de PLANCK disparaît dans le calcul, de sorte que LORENTZ put immédiatement, sur des bases électromagnétiques classiques, établir la formule correcte, en parfait accord avec celle qu'a fourni plus tard la théorie quantique.

### 3 - PUISSANCE TOTALE RAYONNEE PAR UN ELECTRON.

#### a. Formules générales.

Etant donné un électron animé d'un mouvement quelconque, nous allons d'abord calculer la puissance rayonnée par lui dans un angle solide infiniment petit, dans une direction quelconque (il s'agit ici de la puissance intégrée sur toutes les fréquences). Ultérieurement nous déduirons de ces formules la puissance totale rayonnée, ainsi que la distribution angulaire du rayonnement.

Il est bien connu que les potentiels retardés, scalaire et vecteur, de LORENTZ, constituent une solution des équations de propagation de ces potentiels. Dans le vide ils s'écrivent

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{[\rho] d\tau}{D} \quad \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint \frac{[\vec{j}] d\tau}{D} \quad (43)$$

les quantités "retardées"  $[\rho]$  et  $[\vec{j}]$  sont prises au temps retardé  $t_r = t - \frac{D}{c}$ . Si l'élément de charge ou de courant (figure 33), est situé au point  $P$ , et si  $M$  est le point d'observation,  $\vec{D}$  est le vecteur  $\vec{PM}$ , et nous écrivons  $D = |\vec{PM}|$ .

En effectuant les intégrations sur l'espace, il ne faut pas oublier que les coordonnées de  $P$  ne sont pas des variables indépendantes, mais sont au contraire des fonctions du temps  $t_r$  auquel on doit les considérer. Autrement dit,  $V$  et  $\vec{A}$  dépendent de la distribution des charges et des courants à tous les instants précédant l'instant d'observation  $t$ .

Dans le cas d'une charge ponctuelle  $q$ , d'un électron par exemple, les formules (43) peuvent être remplacées par celles, approximatives, de LIENART-WIECHERT :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{D} \frac{1}{1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{D}_0}{c}} \quad \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v}}{D} \frac{1}{1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{D}_0}{c}} \quad (44)$$

On a  $q\vec{v} = \vec{j}$ , et  $\vec{D}_0$  est le vecteur unitaire sur  $\vec{D}$ . Toutes les quantités figurant à droite du signe = sont des quantités retardées.

Le champ électrique  $\vec{E}$  et l'induction magnétique  $\vec{B}$  se déduisent de  $V$  et de  $\vec{A}$  par les formules

$$\vec{E} = - \text{grad } V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H} = \text{rot } \vec{A} \quad (45)$$

Tous calculs faits, et en posant

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{D}_0}{c}} \quad (46)$$

on trouve (1)

$$\frac{4\pi\epsilon_0 \vec{E}}{q} = \frac{1}{D^2} (1 - \beta^2) \eta^3 \left( \vec{D}_0 - \frac{\vec{v}}{c} \right) + \frac{1}{c^2 D} \eta^3 \vec{D}_0 \times \left[ \left( \vec{D}_0 - \frac{\vec{v}}{c} \right) \times \vec{v} \right] \quad (47)$$

$$c\vec{B} = Z_0 \vec{H} = \vec{D}_0 \times \vec{E} \quad (48)$$

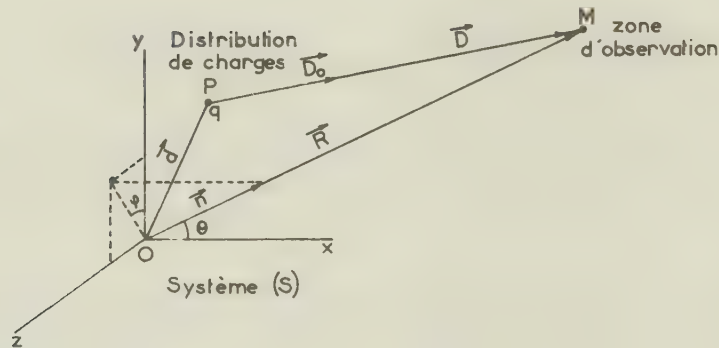


FIG.33

Le champ électrique est la somme d'un champ de vitesse  $\vec{E}_v$  (premier terme) décroissant comme  $\frac{1}{D^2}$ , et d'un champ d'accélération  $\vec{E}_a$  (deuxième terme), décroissant comme  $\frac{1}{D}$ . Le champ magnétique est également la somme de deux termes  $\vec{H}_v$  et  $\vec{H}_a$ . Notons que  $\vec{H}_v$  est normal à  $\vec{D}$  et à  $\vec{E}_v$ ; que  $\vec{H}_a$  est de même, normal à  $\vec{D}$  et à  $\vec{E}_a$ . Par contre  $\vec{E}_v$  n'est pas normal à  $\vec{D}$ , mais  $\vec{E}_a$  l'est. Le trièdre  $\vec{E}_a, \vec{H}_a, \vec{D}$  est trirectangle.

Nous poserons,  $O$  étant l'origine fixe des coordonnées,

$$\vec{R} = \vec{OM} \quad R = |\vec{OM}| \quad \vec{d} = \vec{OP} \quad d = |\vec{OP}|$$

et nous nous placerons dans le cas où le point d'observation  $M$  est à grande distance de la charge. Cela veut dire plus précisément qu'on aura toujours  $d \ll R$ .

(1) STRATTON L41 page 475; LANDAU et LIFSHITZ L51, page 174; PANOFSKY et PHILLIPS L55, Chap.18 & 19.

On peut alors confondre  $D$  et  $R$ ; ainsi que  $\vec{n}$ , vecteur unitaire suivant  $\vec{OM}$ , défini par les angles  $\theta$  et  $\varphi$ , et  $\vec{D}_0$ ; et écrire

$$\eta \sim \frac{1}{1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{c}} \quad (49)$$

Il n'y aura lieu de tenir compte que des champs d'accélération, décroissant seulement en  $\frac{1}{D}$ :

$$\frac{4\pi\epsilon_0 \vec{E}_a}{q} = \frac{\eta^3}{c^2 R} \vec{n} \times \left[ \left( \vec{n} - \frac{\vec{v}}{c} \right) \times \vec{v} \right] \quad (50)$$

$$c\vec{B}_a = Z_0 \vec{H}_a = \vec{n} \times \vec{E}_a \quad (51)$$

Calculons maintenant le vecteur de POYNTING  $\vec{N} = \vec{E} \times \vec{H}$ . Seuls les champs d'accélération donnent un flux total fini de  $\vec{N}$  sur une sphère de rayon infini, de sorte qu'on peut écrire

$$\vec{N} = \vec{E}_a \times \vec{H}_a = \frac{1}{Z_0} \vec{E}_a \times (\vec{n} \times \vec{E}_a) = \frac{1}{Z_0} [\vec{E}_a^2 \vec{n} - (\vec{E}_a \cdot \vec{n}) \vec{E}_a] = \frac{E_a^2}{Z_0} \vec{n} \quad (52)$$

En substituant (50) dans (52), il vient

$$\vec{N} = \frac{q^2 Z_0}{16\pi^2 c^2} \frac{1}{R^2} \eta^4 \left[ \dot{\vec{v}}^2 + \frac{2\eta}{c} (\vec{n} \cdot \dot{\vec{v}}) (\vec{v} \cdot \dot{\vec{v}}) - (1 - \beta^2) \eta^2 (\vec{n} \cdot \dot{\vec{v}})^2 \right] \vec{n} \quad (53)$$

A l'intérieur du crochet, toutes les quantités sont exprimées en fonction du temps retardé  $t_r = t - \frac{R}{c}$ . La puissance émise par l'électron dans l'élément d'angle solide  $dS/R^2$  compris autour du vecteur  $\vec{n}$  (défini par les angles  $\theta$  et  $\varphi$ ), est le flux du vecteur  $\vec{N}$  à travers l'élément de surface correspondant. Nous écrirons

$$dP_R = P(\theta, \varphi) \frac{dS}{R^2} = \frac{dW_r}{dt} = \frac{dW(\theta, \varphi)}{dt} \frac{dS}{R^2} = \vec{N} \cdot d\vec{S} \quad (54)$$

avec

$$d\vec{S} = dS \vec{n} = R^2 \sin \theta d\theta d\varphi \vec{n}$$

Plus commodément, en tenant compte du fait que  $t$  et  $t_r$  sont liés par la relation

$$dt = dt_r \left( 1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{c} \right) = \frac{dt_r}{\eta} \quad (55)$$

on écrira

$$\frac{dW(\theta, \varphi)}{dt_r} \frac{dS}{R^2} = \frac{1}{\eta} \frac{dW(\theta, \varphi)}{dt} \frac{dS}{R^2} = \frac{\vec{N} \cdot \vec{dS}}{\eta} \quad (56)$$

Maintenant, seul le temps retardé intervient à gauche et à droite du signe  $=$ . Nous pouvons aussi bien supprimer l'indice  $r$ , convenir que les grandeurs du deuxième membre sont exprimées en fonction du temps normal  $t$ , et développer (56) ainsi :

$$dP_r = P(\theta, \varphi) \frac{dS}{R^2} = \frac{q^2 Z_0}{16\pi^2 c^2} \eta^3 \left[ \dot{\vec{v}}^2 + \frac{2\eta}{c} (\vec{n} \cdot \vec{v}) (\vec{v} \cdot \vec{v}) - (1-\beta^2) \eta^2 (\vec{n} \cdot \vec{v})^2 \right] \sin \theta d\theta d\varphi \quad (57)$$

En intégrant cette dernière relation (57) par rapport à  $\theta$  et  $\varphi$ , on obtient la puissance totale rayonnée dans tout l'espace.

$$P_r = \frac{dW_r}{dt} = \frac{q^2 Z_0}{16\pi^2 c^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left[ \eta^3 \dot{\vec{v}}^2 + \frac{2\eta^4}{c} (\vec{n} \cdot \vec{v}) (\vec{v} \cdot \vec{v}) - (1-\beta^2) \eta^5 (\vec{n} \cdot \vec{v})^2 \right] \sin \theta d\theta d\varphi \quad (58)$$

Il est utile, pour achever le calcul, d'introduire (*figure 34*) un système  $(S_e)$  d'axes mobiles, liés à la charge, mais d'orientation variable :  $Px_e y_e z_e$ , tels que  $\vec{Px}_e$  coïncide avec le vecteur vitesse  $\vec{v}$ , et que le vecteur accélération  $\vec{v}$  soit contenu dans le plan  $x_e Py_e$ ,  $\theta$  étant l'angle  $(\vec{v}, \vec{v})$ . Dans ce système  $(S_e)$ , les composantes des vecteurs  $\vec{n}$  (ou  $\vec{D}_0$ ),  $\vec{v}$ ,  $\vec{v}$ , s'écrivent

$$\vec{n} \begin{cases} \cos \theta_e \\ \sin \theta_e \cos \varphi_e \\ \sin \theta_e \sin \varphi_e \end{cases} \quad \vec{v} \begin{cases} v \\ 0 \\ 0 \end{cases} \quad \vec{v} \begin{cases} \dot{v} \cos \theta \\ v \sin \theta \\ 0 \end{cases}$$

$\eta$  s'écrit

$$\eta = \frac{1}{1 - \beta \cos \theta_e} \quad (59)$$

et la relation (58) se développe ainsi :

$$P_r = \frac{dW_R}{dt} = \frac{q^2 Z_0}{16\pi^2 c^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left[ \frac{\dot{v}^2}{(1-\beta \cos \theta_e)^3} + \frac{2}{c} \frac{\dot{v} \dot{v}^2 \cos \Theta}{(1-\beta \cos \theta_e)^4} (\cos \Theta \cos \theta_e + \sin \Theta \sin \theta_e \cos \varphi_e) \dots \right. \\ \left. \dots - \frac{(1-\beta^2) \dot{v}^2}{(1-\beta \cos \theta_e)^5} (\cos \Theta \cos \theta_e + \sin \Theta \sin \theta_e \cos \varphi_e)^2 \right] \sin \theta_e d\theta_e d\varphi_e$$

L'intégration par rapport à  $\theta_e$  et  $\varphi_e$  est une opération qui est longue à effectuer, mais qui ne fait intervenir que des quadratures élémentaires. On trouve finalement

$$P_R = \frac{dW_R}{dt} = \frac{q^2 Z_0}{6\pi c^2} \frac{\dot{v}^2}{(1-\beta^2)^2} \left( \sin^2 \Theta + \frac{\cos^2 \Theta}{1-\beta^2} \right)$$

ou

$$P_R = \frac{q^2 Z_0}{6\pi c^2} \frac{\dot{v}^2}{(1-\beta^2)^3} (1 - \beta^2 \sin^2 \Theta) \quad (60)$$

On peut trouver dans la littérature cette formule écrite de façon différente,

$$\dot{v}^2 (1-\beta^2 \sin^2 \Theta) \text{ étant remplacée par } \dot{v}^2 - \left( \frac{\vec{v}}{c} \times \dot{\vec{v}} \right)^2.$$

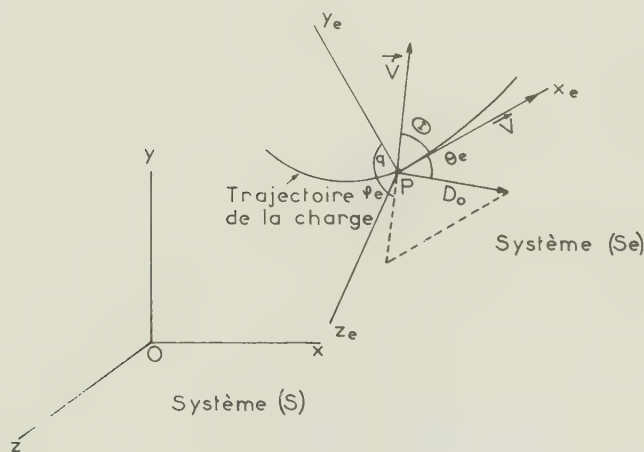


FIG.34

Comme on a, de plus, pour un électron,  $q = -e$ , on peut écrire

$$P_R = \frac{Z_0 e^2}{6 \pi c^2} \frac{\dot{\vec{v}}^2 - \left( \frac{\vec{v}}{c} \times \dot{\vec{v}} \right)^2}{(1-\beta^2)^3} \quad (61)$$

Cette formule fondamentale, qui donne la puissance totale rayonnée par un électron animé d'un mouvement quelconque, a été croyons-nous, établie par MAX ABRAHAM en 1904 (1). Il est étonnant que, malgré son importance, elle ne figure pas dans bon nombre d'ouvrages très classiques d'Electromagnétisme. On trouvera cependant les principales étapes de l'intégration ci-dessus dans le livre de PAGE et ADAMS (2).

On voit immédiatement que, pour les faibles vitesses, cette formule (61) se réduit à celle, classique, de LARMOR (3)

$$P_R = \frac{Z_0 e^2}{6 \pi c^2} \dot{\vec{v}}^2 \quad (62)$$

qu'on a pour un mouvement rectiligne,  $\Theta = 0$ , et

$$P_R = \frac{Z_0 e^2}{6 \pi c^2} \frac{\dot{\vec{v}}^2}{(1-\beta^2)^3} \quad (63)$$

et qu'enfin dans un champ magnétique pur, on a  $\Theta = \frac{\pi}{2}$  et

$$P_R = \frac{Z_0 e^2}{6 \pi c^2} \frac{\dot{\vec{v}}^2}{(1-\beta^2)^2} \quad (64)$$

On a aussi dans ce dernier cas

$$\vec{F} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \dot{\vec{v}} = -e (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$\dot{\vec{v}}^2 = \frac{e^2 (1-\beta^2)}{m_0^2} (\vec{v} \times \vec{B})^2$$

(1) ABRAHAM 04, voir aussi HEAVISIDE 02 (2) PAGE et ADAMS, L40, page 326.  
(3) LARMOR 97.

et

$$P_R = \frac{Z_0 e^4}{6\pi m_0 c^2} \frac{1}{1 - \beta^2} (\vec{v} \times \vec{B})^2 \quad (65)$$

La puissance rayonnée est donc proportionnelle à  $1/(1-\beta^2)$ , c'est-à-dire au carré de l'énergie totale de l'électron. De plus, elle varie, toutes choses égales d'ailleurs, comme le carré de l'induction magnétique.

Nous allons maintenant appliquer cette formule générale (65) aux deux types d'ondulateurs qui nous intéressent.

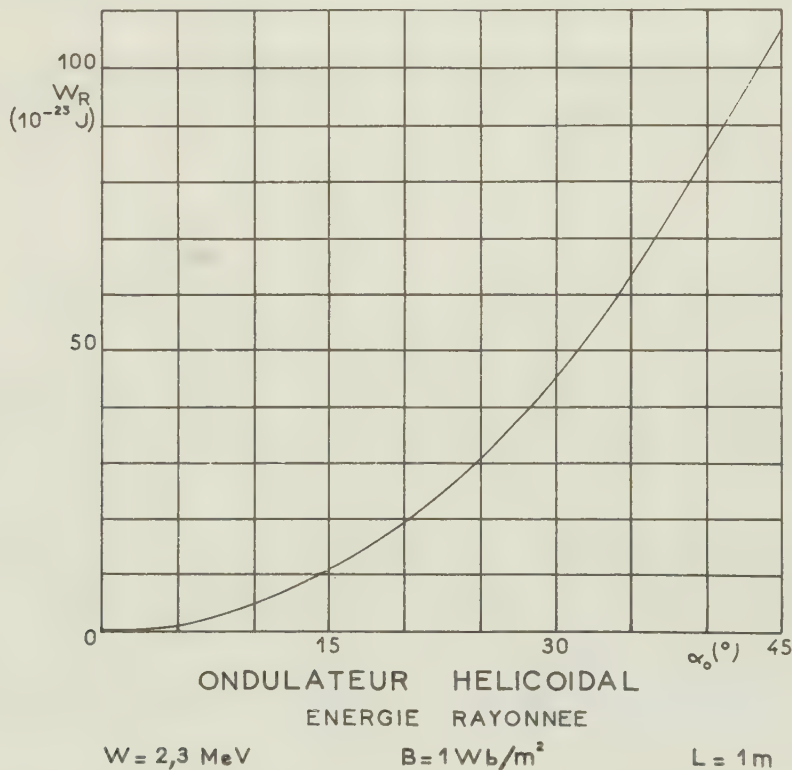


FIG.35

#### b. Application à l'ondulateur hélicoïdal.

On a dans ce cas

$$|\vec{v} \times \vec{B}| = v_t B = \beta c B \sin \alpha_0$$

la puissance moyenne  $P_R$  et la puissance instantanée  $P_R$  sont égales :

$$P_R = P_R = \frac{Z_0 e^4}{6\pi m_0^2} \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} B^2 \sin^2 \alpha_0 \quad (66)$$

ou

$$P_R = 1,58706 \cdot 10^{-14} \beta^2 \left( \frac{W_t}{m_0 c^2} \right)^2 B^2 \sin^2 \alpha_0 \quad (66bis)$$

En fait, l'électron traverse un onduleur de longueur  $L$  à la vitesse  $\beta c \cos \alpha_0$ , donc pendant le temps  $L/\beta c \cos \alpha_0$ ; d'où l'expression de l'énergie rayonnée :

$$W_R = \frac{Z_0 e^4}{6\pi m_0^2 c} \frac{\beta}{1 - \beta^2} B^2 L \frac{\sin^2 \alpha_0}{\cos \alpha_0} \quad (67)$$

ou

$$W_R = 5,294 \cdot 10^{-23} \beta \left( \frac{W_t}{m_0 c^2} \right)^2 B^2 L \frac{\sin^2 \alpha_0}{\cos \alpha_0} \quad (67bis)$$

L'énergie rayonnée est donc proportionnelle à la longueur  $L$  de l'appareil, au carré  $B^2$  de l'induction, aux facteurs  $\frac{\beta}{1 - \beta^2}$  et  $\frac{\sin^2 \alpha_0}{\cos \alpha_0}$ .

Le tableau VII donne, en fonction de l'énergie des électrons, les valeurs des facteurs  $\frac{\beta^2}{1 - \beta^2}$  et  $\frac{\beta}{1 - \beta^2}$ , et le tableau IX donne la puissance et l'énergie rayonnées par un onduleur hélicoïdal, en fonction de l'angle  $\alpha_0$ , pour  $W = 2,3$  MeV et  $B = 1$  Wb/m<sup>2</sup>. L'énergie est également donnée par la courbe de la figure 35.

Il est intéressant de se poser le problème suivant : on veut réaliser un onduleur hélicoïdal alimenté par des électrons d'énergie donnée, et devant rayonner sur une longueur d'onde donnée. Comment varie l'énergie rayonnée, en fonction de l'induction ?

On tire de la relation (36bis) :

$$\beta \cos \alpha_0 = 1 - \frac{B \sqrt{1 - \beta^2}}{1,07094} \frac{\lambda_h}{10^{-2}} = 1 - 93,376 B \lambda \sqrt{1 - \beta^2}$$

on a donc

$$\frac{\sin^2 \alpha_0}{\cos \alpha_0} = \frac{1}{\beta} \frac{\beta^2 - \beta^2 \cos^2 \alpha_0}{\beta \cos \alpha_0} = \frac{1}{\beta} \frac{\beta^2 - (1 - 93,376 B \lambda \sqrt{1 - \beta^2})^2}{1 - 93,376 B \lambda \sqrt{1 - \beta^2}}$$

et

$$W_R = 5,294 \cdot 10^{-23} B^2 L \frac{1}{1 - \beta^2} \frac{\beta^2 - (1 - 93,376 B \lambda \sqrt{1 - \beta^2})^2}{1 - 93,376 B \lambda \sqrt{1 - \beta^2}} \quad (68)$$

En se reportant à la figure 36, on constate que  $W_R$  croît extrêmement vite en fonction de  $B$ . Il est donc absolument nécessaire d'utiliser des solénoïdes puissants.

L'induction doit être au moins égale à une valeur minima  $B_m$  correspondant à  $\alpha_0 = 0$  :

$$B_m = 1,07094 \cdot 10^{-2} \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} \frac{1}{\lambda} \quad (68bis)$$

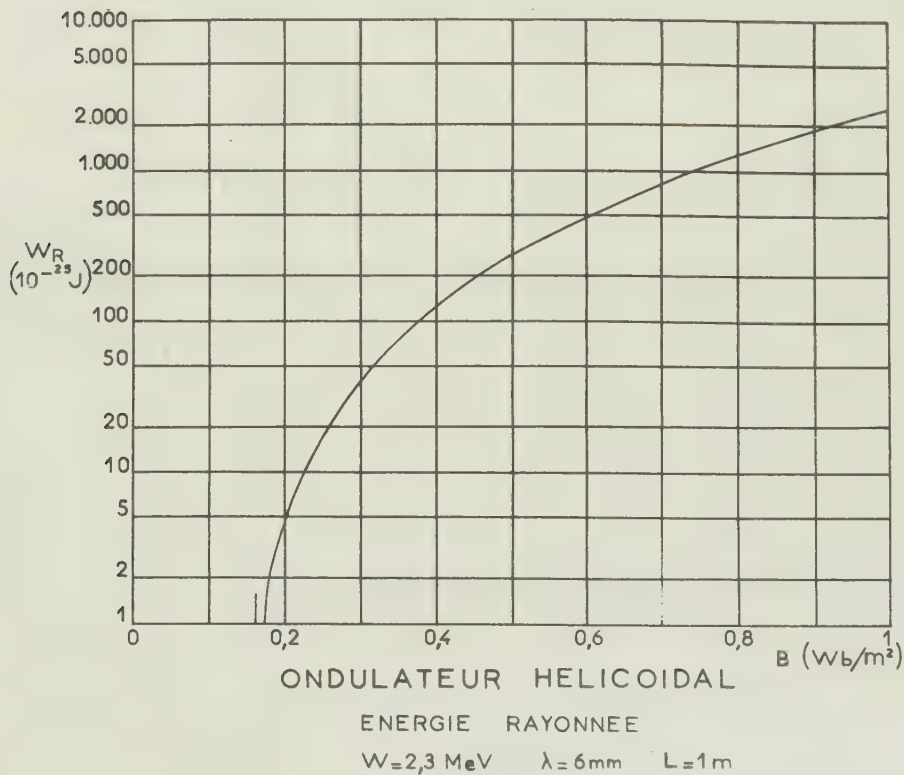


FIG. 36

Bien entendu, si dans (66bis), on fait  $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$ , on retrouve la puissance rayonnée par un électron décrivant une orbite circulaire (bétatron), soit pour  $\beta \simeq 1$

$$P_R = 1,587 \cdot 10^{-14} \left( \frac{W_t}{m_0 c^2} \right)^2 B^2$$

l'énergie rayonnée par tour étant

$$W_R = 1,587 \cdot 10^{-14} \left( \frac{W_t}{m_0 c^2} \right)^2 B^2 \frac{2\pi a}{c} = 3,32 \cdot 10^{-22} \left( \frac{W_t}{m_0 c^2} \right)^2 B^2 a$$

### c. Application à l'ondulateur sinusoïdal (1)

Les composantes des vecteurs vitesse de l'électron et induction magnétique sont données par les formules (44) et (23) du chapitre III :

$$\vec{v} \cdot \begin{cases} \frac{dx}{dt} = \beta c \operatorname{dn}(\gamma \beta c t, k) \\ \frac{dy}{dt} = 0 \\ \frac{dz}{dt} = -k \beta c \operatorname{sn}(\gamma \beta c t, k) \end{cases} \quad \vec{B} \cdot \begin{cases} B_x = 0 \\ B_y = B \cos \gamma x \\ B_z = 0 \end{cases}$$

et celles du produit vectoriel  $\vec{v} \times \vec{B}$  par

$$\begin{cases} (\vec{v} \times \vec{B})_x = k \beta c B \cos \gamma x \operatorname{sn}(\gamma \beta c t, k) \\ (\vec{v} \times \vec{B})_y = 0 \\ (\vec{v} \times \vec{B})_z = \beta c B \cos \gamma x \operatorname{dn}(\gamma \beta c t, k) \end{cases}$$

On a donc

$$\begin{aligned} (\vec{v} \times \vec{B})^2 &= \beta^2 c^2 B^2 \cos^2 \gamma x [\operatorname{dn}^2(\gamma \beta c t) + k^2 \operatorname{sn}^2(\gamma \beta c t)] \\ &= \beta^2 c^2 B^2 \cos^2 \gamma x \\ &= \beta^2 c^2 B^2 \operatorname{cn}^2(\gamma \beta c t, k) \end{aligned}$$

(1) COMBE et FEIX 54, pages 58 à 71.

et

$$P_R = \frac{dW_R}{dt} = \frac{Z_0 e^4}{6\pi m_0^2} \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} B^2 cn^2(\gamma\beta ct, k) \quad (69)$$

Cette formule est analogue à (66), mais  $\sin^2 \alpha_0$  est remplacé par le facteur  $cn^2(\gamma\beta ct, k)$ , facteur qui est fonction du temps. Or la valeur moyenne de  $cn^2(\gamma\beta ct, k)$ , sur une période, est (1)

$$cn^2 u = 1 + \frac{E - K}{k^2 K} \quad (70)$$

$E$  étant l'intégrale elliptique complète de 2<sup>ème</sup> espèce.

Cette expression varie de 0,5000 (pour  $k = 0$ ) à 0 (pour  $k=1$ ).

Nous pouvons donc écrire la puissance moyenne rayonnée par un électron

$$P_R = \frac{Z_0 e^4}{6\pi m_0^2} \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} B^2 \left[ 1 + \frac{E(k) - K(k)}{k^2 K(k)} \right] \quad (71)$$

ou

$$P_R = 1,58706 \cdot 10^{-14} \beta^2 \left( \frac{W_t}{m_0 c^2} \right)^2 B^2 \left( 1 + \frac{E - K}{k^2 K} \right) \quad (71bis)$$

L'électron traversant l'ondulateur de longueur  $L$  à la vitesse (longitudinale)  $\beta c$ , donc pendant le temps  $L/\beta c = 2KL/\pi\beta c$ , l'énergie rayonnée s'écrit

$$\begin{aligned} W_R &= \frac{Z_0 e^4}{6\pi m_0^2} \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} B^2 \left( 1 + \frac{E - K}{k^2 K} \right) \frac{2K}{\pi} \frac{L}{\beta c} \\ &= \frac{Z_0 e^4}{12\pi m_0^2 c} \frac{\beta}{1 - \beta^2} B^2 L \left[ \frac{4K}{\pi} \left( 1 + \frac{E - K}{k^2 K} \right) \right] \end{aligned} \quad (72)$$

ou

$$W_R = 2,647 \cdot 10^{-23} \beta \left( \frac{W_t}{m_0 c^2} \right)^2 B^2 L \left[ \frac{4K}{\pi} \left( 1 + \frac{E - K}{k^2 K} \right) \right] \quad (72bis)$$

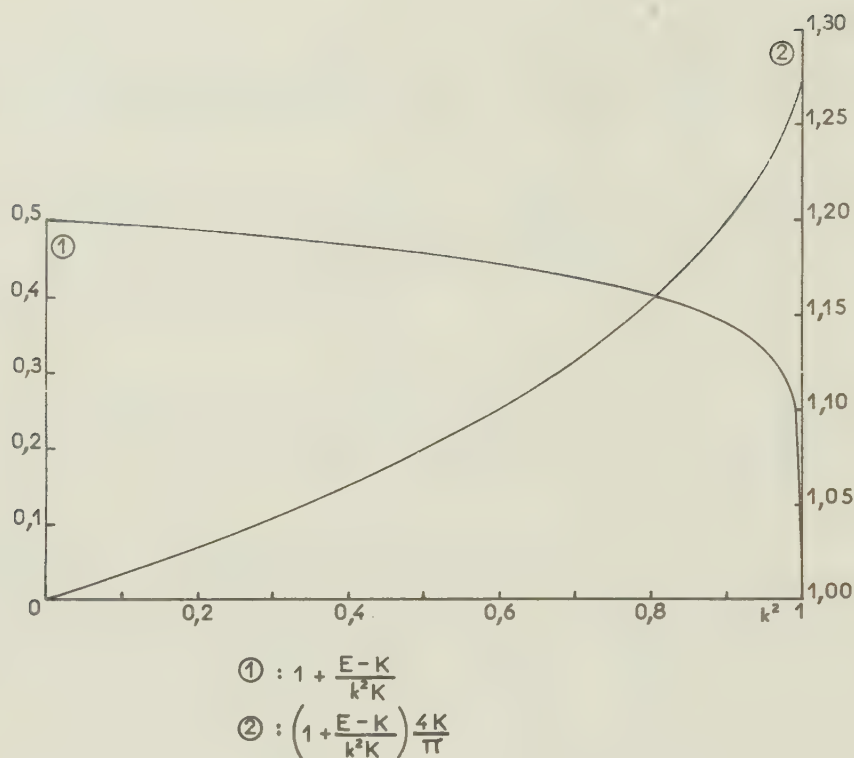


FIG.37

Cette formule est à rapprocher de (67bis), le terme  $\frac{\sin^2 \alpha_0}{\cos \alpha_0}$

étant remplacé par le facteur  $\frac{4K}{\pi} \left(1 + \frac{E-K}{k^2 K}\right)$ , qui varie de 1 (pour  $k = 0$ ) à  $4/\pi = 1,2732$  (pour  $k=1$ ).

La figure 37 donne les valeurs de  $1 + \frac{E-K}{k^2 K}$  et de  $\frac{4K}{\pi} \left(1 + \frac{E-K}{k^2 K}\right)$  en fonction de  $k$ .

Dans la plupart des cas, pour les valeurs de  $k$  rencontrées dans la pratique, ce dernier facteur diffère peu de l'unité. Si on le confond avec 1, on retrouve la formule de l'ondulateur exactement "sinusoïdal".

$$W_R = 2,647 \cdot 10^{-23} \frac{\beta}{1-\beta^2} B^2 L \quad (73)$$

Cette formule élémentaire avait été donnée par MOTZ (1)

(1) MOTZ 51.

Le tableau XI donne la puissance et l'énergie rayonnées par un électron dans la traversée d'un onducteur sinusoïdal avec  $B = 1 \text{ Wb/m}^2$  et  $L = 1 \text{ m}$ , en fonction de l'énergie, et cela pour le cas limite  $k = 0$ . La variation de l'énergie rayonnée  $W_R$  est également représentée par la figure 32.

On peut donc constater que, pour les deux types d'ondulateurs, les énergies totales rayonnées sont très faibles. Encore s'agit-il ici d'énergies totales, sur toutes les fréquences, et dans toutes les directions. L'utilisateur s'intéressant en général au rayonnement dans un angle solide limité, autour d'une certaine direction, et dont les fréquences sont comprises dans un intervalle déterminé, il va se poser le problème des distributions angulaire et spectrale, problème sur lequel nous reviendrons plus loin.

Examinons encore le cas d'un onducteur sinusoïdal (avec la valeur limite  $k = 0$ ) pour  $B = 1 \text{ Wb/m}^2$  et  $L = 1 \text{ m}$ . Le tableau XI donne aussi les valeurs de l'énergie  $W$  de l'électron, exprimée en joules. On constate que, même pour l'énergie, très élevée de  $1 \text{ GeV}$ , la fraction de l'énergie de l'électron dissipée sous forme de rayonnement n'atteint pas  $10^{-6}$ . Encore faut-il noter que la valeur de l'induction choisie,  $1 \text{ Wb/m}^2$ , est grande; il sera la plupart du temps impossible de l'atteindre. Nous pouvons donc considérer que la réaction des champs rayonnés sur l'électron est parfaitement négligeable. Cela légitime notre mode de calcul qui consiste à traiter séparément le mouvement de l'électron et son rayonnement.

#### d. Projets d'ondulateurs.

D'après l'étude, que nous venons de faire, des fréquences et des puissances rayonnées, nous avons calculé les grandeurs caractéristiques d'un certain nombre d'ondulateurs (tableaux XII et XIII).

Ces grandeurs caractéristiques ont été choisies en s'appuyant sur des considérations mi-théoriques mi-pratiques. Pour les énergies des électrons,  $2,3 \text{ MeV}$  est l'énergie de notre accélérateur;  $15 \text{ MeV}$  est l'énergie de certains accélérateurs existants (PHILIPS);  $100 \text{ MeV}$  est l'énergie limite des bétatrons, en même temps que l'énergie de l'accélérateur de STANFORD qui a servi aux expériences de MOTZ. En plus de la longueur d'onde  $1 \text{ mm}$ , nous considérons celle de nos expériences ( $6 \text{ mm}$ ), et celle de  $0,1 \text{ mm}$  (infra-rouge lointain). Les diverses valeurs admises pour l'induction, permettent de voir quelle est l'influence de ce paramètre (il est sans doute fort difficile d'obtenir  $1 \text{ Wb/m}^2$  : nous reviendrons sur ce point dans la partie expérimentale).

Pour l'ondulateur hélicoïdal, les longueurs d'onde qu'on peut produire sont comprises entre deux limites - Ainsi pour le premier modèle, il n'est pas possible (avec  $W = 2,3 \text{ MeV}$ ;  $B = 0,1 \text{ Wb/m}^2$ ) d'obtenir  $\lambda = 6 \text{ mm}$ . On a choisi la longueur d'onde  $12 \text{ mm}$  qui peut encore être transmise dans le matériel millimétrique standard. En comparant les n° 2 et 3, et les n° 2 et

4, on constate qu'on gagne beaucoup à augmenter l'énergie du faisceau, et énormément à augmenter l'induction : on augmente l'énergie rayonnée par unité de longueur. Toutefois, en augmentant  $W$ , on augmente  $l$  : on doit augmenter dans le même rapport,  $L$ , si on veut conserver la même largeur au spectre de fréquences (cf page ). En comparant les n° 4 et 5, on voit que le rendement diminue avec l'augmentation de la fréquence. La longueur d'onde de 0,1 mm ne peut être produite qu'avec le n° 6.

Pour l'ondulateur sinusoïdal, la longueur  $l$  (égale au double de l'écartement polaire) ne doit pas être trop petite. L'aimant n° 3 serait extrêmement difficile à faire. Le n° 1 a pu être calculé pour  $\lambda = 6$  mm, car il n'y a pas ici de longueur d'onde limite.

On augmente l'énergie rayonnée en augmentant  $W$  (n° 2 et 4), en augmentant  $B$  (n° 2 et 3), mais là le gain est seulement proportionnel à  $B$ , si on néglige l'influence du terme correctif. Si on diminue la longueur d'onde (toutes choses égales d'ailleurs) (n° 4 et 5), l'aimant est plus difficile à construire, puisque  $l$  diminue; par contre l'énergie rayonnée est la même (toujours au terme correctif près). Ce terme correctif n'est vraiment sensible qu'au n° 3 (en raison de la valeur élevée  $k = 0,65$ ). Enfin, la production des fréquences infra-rouges se présente d'une manière bien plus favorable que pour l'appareil hélicoïdal.

Tout ce que nous avons écrit jusqu'ici concerne le cas d'un électron unique. En fait, on expérimente sur un faisceau, et certaines de nos conclusions devront être révisées.

TABLEAU XII

### CARACTERISTIQUES DE QUELQUES ONDULATEURS HELICOIDaux

| N°                                | 1          | 2          | 3           | 4          | 5          | 6          |
|-----------------------------------|------------|------------|-------------|------------|------------|------------|
| $W$ (MeV)                         | 2,3        | 2,3        | 2,3         | 15         | 15         | 100        |
| $B$ (Wb/m <sup>2</sup> )          | 0,1        | 0,3        | 1           | 0,3        | 0,3        | 0,3        |
| $\omega_0$ (10° s <sup>-1</sup> ) | 3,117      | 9,591      | 31,57       | 1,738      | 1,738      | 0,2683     |
| $\alpha_0$                        | 4° 59' 00" | 9° 38' 30" | 24° 01' 30" | 5° 43' 00" | 1° 35' 00" | 0° 03' 59" |
| $l_h$ (mm)                        | 577,1      | 190,4      | 52,91       | 1077       | 1083       | 7022       |
| $a_h$ (mm)                        | 8,01       | 5,15       | 3,75        | 17,74      | 5,06       | 1,79       |
| $\beta$                           | 0,98334    | 0,98334    | 0,98334     | 0,999457   | 0,999457   | 0,9999871  |
| $\beta_1$                         | 0,97963    | 0,96944    | 0,89815     | 0,994463   | 0,999077   | 0,9999858  |
| $\frac{l}{\lambda}$               | 48,09      | 31,73      | 8,818       | 179,5      | 1083       | 70220      |
| $\lambda_{mm}$                    | 12,00      | 6,00       | 6,00        | 6,00       | 1,00       | 0,1000     |
| $\lambda$ (max)                   | 589,1      | 176,7      | 58,91       | 375        | 975        | 6319       |
| $\lambda$ (min)                   | 9,81       | 2,94       | 0,981       | 0,529      | 0,529      | 0,0817     |
| $W_R$ (10 <sup>-25</sup> J)       | 1,191      | 40,34      | 2859        | 438        | 33,5       | 4,94       |

TABLEAU XIII

CARACTERISTIQUES  
DE QUELQUES ONDULATEURS SINUSOIDAUX

| N°                                      | 1       | 2       | 3       | 4       | 5       | 6        |
|-----------------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|
| W (MeV)                                 | 2,3     | 2,3     | 2,3     | 15      | 15      | 100      |
| B (Wb/m <sup>2</sup> )                  | 0,1     | 0,3     | 1       | 0,3     | 0,3     | 0,3      |
| l (mm)                                  | 160     | 84      | 37,5    | 297     | 158     | 275      |
| a <sub>e</sub> (mm)                     | 3,14    | 2,70    | 2,00    | 5,78    | 1,60    | 0,74     |
| k                                       | 0,2762  | 0,4350  | 0,6473  | 0,2742  | 0,1459  | 0,03916  |
| β                                       | 0,98334 | 0,98334 | 0,98334 | 0,99946 | 0,99946 | 0,999987 |
| $\bar{\beta}$                           | 0,96412 | 0,93376 | 0,86249 | 0,98021 | 0,99414 | 0,999603 |
| $\frac{l}{\lambda}$                     | 26,87   | 14,10   | 6,27    | 49,53   | 169,6   | 2520     |
| $\left(\frac{l}{\lambda}\right)_{\max}$ | (59,02) | (59,02) | (59,02) | (1841)  | (1841)  | (77380)  |
| λ (mm)                                  | 5,95    | 5,96    | 5,98    | 6,00    | 0,931   | 0,109    |
| W <sub>R</sub> (10 <sup>-25</sup> J)    | 79,5    | 727     | 8370    | 22140   | 21980   | 921700   |

#### 4 - RAYONNEMENT D'UN FAISCEAU D'ELECTRONS (1).

Supposons d'abord que la source d'électrons de grande énergie soit un tube alimenté par un générateur à fonctionnement continu (GREINACHER ou VAN DE GRAAF). Il est aisé de définir et de calculer un facteur de cohérence  $C_{n,N}$  qui est, pour le  $n^{\text{ième}}$  harmonique, le rapport de l'énergie émise par les  $N$  électrons présents, à celle qui est émise par un seul électron. On trouve (1)

$$C_{n,N} = N + \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{j'=1 \\ (j \neq j')}}^N \cos n (\Phi_j - \Phi_{j'}) \quad (74)$$

$\Phi_j$  étant la phase de l'onde émise par le  $j^{\text{ième}}$  électron.

(1) IVANENKO et SOKOLOV, L53, pages 188 et 201; SCHIFF 46.

Si les électrons sont répartis complètement au hasard, la somme de la série du deuxième membre de (74) est nulle. C'est le cas du rayonnement incohérent :

$$C_{n,N} = N$$

s'il y a au contraire répartition régulière des électrons, de sorte que le déphasage angulaire séparant deux électrons voisins est  $2\pi/N_1$ , on a

$$\begin{aligned} C_{n,N} &= N \left( 1 + \sum_{j=1}^{N-1} \cos 2\pi j \frac{n}{N_1} \right) \\ &= N + N \operatorname{Re} \left[ \sum_{j=1}^{N-1} e^{2\pi i j \frac{n}{N_1}} \right] \\ &= N \left[ \frac{\sin \pi n \frac{N}{N_1} \cos \pi n \frac{N}{N_1}}{\operatorname{tg} \frac{\pi n}{N_1}} + \sin^2 \pi n \frac{N}{N_1} \right] \quad (74\text{bis}) \end{aligned}$$

Admettons que  $N/N_1$  soit un nombre entier, ou tout au moins soit un nombre fractionnaire compris entre deux entiers élevés. Dans ces conditions,

$$\begin{aligned} C_{n,N} &= 0 && \text{si } n/N_1 \text{ n'est pas entier} \\ C_{n,N} &= N^2 && \text{si } n/N_1 \text{ est entier} \end{aligned}$$

C'est le cas du rayonnement cohérent.

On doit donc s'attendre à un rayonnement total nul si  $N_1$  tend vers l'infini, l'ordre de l'harmonique considéré restant fini. Or c'est bien un fait d'expérience qu'un conducteur, parcouru par un courant continu, ne rayonne pas d'énergie, quelles que soient les déformations qu'on lui fait subir.

L'hypothèse d'une répartition exactement régulière des électrons dans un onduleur est heureusement une vue de l'esprit. En fait, pour diverses raisons (variations des conditions initiales, bruit de fond de tous les appareils, influence des gaz résiduels), il se produit des fluctuations de densité du faisceau, de sorte qu'on peut considérer que les phases des vibrations élémentaires des différents électrons sont réparties au hasard: le rayonnement est incohérent, les intensités émises s'ajoutent; l'énergie rayonnée croît comme le nombre total  $N$  d'électrons.

Si ces fluctuations de densité produisaient des différences de potentiel électrique non négligeables par rapport à celles existant déjà dans le faisceau pour d'autres causes, cela entraînerait une corrélation entre les positions des électrons. Le rayonnement ne serait plus strictement incohérent. On admet généralement que cette corrélation est négligeable pour les faisceaux électroniques qu'on sait produire.

D'autres aspects des phénomènes correspondent au fait que l'onduleur est alimenté par un accélérateur linéaire fonctionnant en régime d'impulsions : les électrons sont groupés en paquets séparés les uns des autres par une longueur d'onde guidée. Supposons que les  $N_2$  électrons d'un paquet répartis au hasard occupent une distance (comptée en unités d'angle) égale à  $\Phi$  radians. On montre que le facteur de cohérence  $C_{n, N_2}$  qui les concerne est égal à

$$N_2 + (N_2^2 - N_2) f(n\Phi)$$

la fonction  $f(n\Phi)$  est égale à 1 pour  $n\Phi = 0$  et tend vers zéro pour  $n\Phi > 1$ .

Si les  $N_2$  électrons sont groupés sur une distance petite par rapport à la longueur d'onde émise, on a  $n\Phi \simeq 0$ , et  $C_{n, N_2} \simeq N_2^2$ ; les  $N_2$  vibrations sont en phase, l'énergie émise par un paquet est  $N_2^2 W_R$ ,  $W_R$  étant celle rayonnée par un seul électron. Comme il y a  $N/N_2$  paquets, l'énergie totale émise est

$$\frac{N}{N_2} N_2^2 W_R = NN_2 W_R$$

au lieu de

$$NW_R$$

dans l'hypothèse de l'incohérence complète, on bénéficie d'un facteur  $N_2$ .

Dans notre accélérateur, avec les données suivantes :

|                                        |      |         |
|----------------------------------------|------|---------|
| courant moyen accéléré :               | 0,3  | $\mu A$ |
| fréquence d'oscillation du magnétron : | 3000 | Mc/s    |
| durée d'une impulsion                  | 0,7  | $\mu s$ |
| fréquence de répétition des impulsions | 50   | /s      |

on trouve

$$N_2 = \frac{0,3}{1,6} \frac{10^{-6}}{10^{-10}} \frac{1}{50} \frac{1}{3000 \times 0,7} = 1,70 \cdot 10^7$$

Le tableau des puissances rayonnées par un onduleur sinusoïdal (aimant à pôles alternés), avec  $W = 2,3 \text{ MeV}$ ,  $B = 0,1 \text{ Wb/m}^2$ ,  $L = 1 \text{ m}$ , et  $k = 0$ , s'établit donc comme suit :

|                    |   |             |   |                |            |   |
|--------------------|---|-------------|---|----------------|------------|---|
| PUISSANCE RAYONNEE | { | INCOHERENTE | { | MOYENNE : 1,47 | $10^{-11}$ | W |
|                    |   |             |   | EN CRETE: 3,97 | $10^{-7}$  | W |
|                    | { | COHERENTE   | { | MOYENNE : 2,50 | $10^{-4}$  | W |
|                    |   |             |   | EN CRETE: 6,75 |            | W |

La conclusion à tirer est que, si les vibrations élémentaires sont incohérentes, le procédé de l'ondulateur paraît dépourvu d'intérêt; il paraît par contre susceptible d'applications pratiques si on peut se rapprocher suffisamment du cas idéal de la cohérence totale.

## 5 - DISTRIBUTION ANGULAIRE DU RAYONNEMENT D'UN ELECTRON.

Nous avons déjà établi la formule (57) qui donne la distribution angulaire de la puissance rayonnée, soit l'expression de la puissance en fonction du temps et des angles définissant la direction d'observation. Plus intéressante est, du moins pour un onduleur de grande longueur (supposée infinie), la puissance moyenne rayonnée pendant une période du mouvement :

$$P_R = \iint P(\theta, \varphi) \frac{dS}{R^2}$$

avec

$$P(\theta, \varphi) = \frac{e^2 Z_0}{16\pi^2 c^2} \frac{1}{T} \int_0^T \left[ \gamma^3 \dot{\mathbf{v}}^2 + \frac{2\gamma^4}{c} (\mathbf{n} \cdot \dot{\mathbf{v}})(\dot{\mathbf{v}} \cdot \dot{\mathbf{v}}) - (1-\beta^2) \gamma^5 (\mathbf{n} \cdot \dot{\mathbf{v}})^2 \right] dt \quad (75)$$

### a. Application à l'ondulateur hélicoïdal.

Effectuons le calcul dans le système du laboratoire. Les composantes des vecteurs  $\vec{n}$ ,  $\vec{v}$  et  $\dot{\vec{v}}$  sont (en écrivant pour simplifier  $\omega_0$  pour  $\omega_{oh}$ )

$$\vec{n} \begin{cases} \cos \theta \\ \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi \end{cases} \quad \vec{v} \begin{cases} v_l \\ -v_t \sin \omega_0 t \\ v_t \cos \omega_0 t \end{cases} \quad \dot{\vec{v}} \begin{cases} 0 \\ -v_t \omega_0 \cos \omega_0 t \\ -v_t \omega_0 \sin \omega_0 t \end{cases}$$

D'après (49) et en posant

$$\psi = \omega_0 t \quad (76)$$

il vient

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{c}} = \frac{1}{1 - \beta_l \cos \theta + \beta_t \sin \theta \cos \varphi \sin \psi - \beta_t \sin \theta \sin \varphi \cos \psi} \quad (77)$$

avec  $\beta_l = \beta \cos \alpha_0$   $\beta_t = \beta \sin \alpha_0$

Le système possédant la symétrie de révolution, nous pouvons choisir une valeur particulière pour l'angle  $\varphi$  ( $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ), et écrire

$$\eta = \frac{1}{1 - \beta_l \cos \theta - \beta_t \sin \theta \cos \psi} = \frac{1}{1 - \beta_l \cos \theta - \frac{\beta_t \sin \theta}{1 - \beta_l \cos \theta} \cos \psi}$$

Nous poserons

$$\Omega = \omega_0 \frac{1}{1 - \beta_l \cos \theta} \quad (78)$$

et

$$u = \frac{a\Omega}{c} \sin \theta = \beta_t \frac{\Omega}{\omega_0} \sin \theta = \frac{a\omega_0}{c} \frac{\sin \theta}{1 - \beta_l \cos \theta} \quad (79)$$

Il vient alors

$$\eta = \frac{\Omega}{\omega_0} \frac{1}{1 - u \cos \psi} \quad (80)$$

Calculons de même  $\dot{\vec{v}}^2$ , etc... :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\vec{v}}^2 = v_t^2 \omega_0^2 = a^2 \omega_0^4 \\ \vec{v} \cdot \dot{\vec{v}} = 0 \\ \vec{n} \cdot \dot{\vec{v}} = \sin \theta (-v_t \omega_0 \sin \psi) = -a\omega_0^2 \sin \theta \sin \psi \\ (\vec{n} \cdot \dot{\vec{v}})^2 = a^2 \omega_0^4 \sin^2 \theta \sin^2 \psi \end{array} \right.$$

En substituant dans (75), on obtient

$$P(\theta, \varphi) = \frac{e^2 Z_0}{16\pi^2 c^2} \left( \frac{\Omega}{\omega_0} \right)^3 \frac{\omega_0 a^2 \omega_0^4}{2\pi \omega_0} \int_0^{2\pi} \left[ \frac{1}{(1-u \cos \psi)^3} - (1-\beta^2) \left( \frac{\Omega}{\omega_0} \right)^2 \frac{\sin^2 \theta \sin^2 \psi}{(1-u \cos \psi)^5} \right] d\psi$$

En désignant par  $I_1$  et  $I_2$  les intégrales suivantes :

$$I_1 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\psi}{(1-u \cos \psi)^3} \quad (81)$$

$$I_2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \psi d\psi}{(1-u \cos \psi)^5} \quad (82)$$

il vient

$$P(\theta, \varphi) = \frac{e^2 Z_0 a^2 \omega_0^4}{16 \pi^2 c^2} \frac{1}{(1-\beta_l \cos \theta)^3} \left[ I_1 - (1-\beta^2) \frac{c^2}{a^2 \omega_0^2} u^2 I_2 \right] \quad (83)$$

Le calcul conduit aux résultats suivants :

$$I_1 = \left( 1 + \frac{u^2}{2} \right) (1-u^2)^{-\frac{5}{2}} \quad (84)$$

$$I_2 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{u^2}{4} \right) (1-u^2)^{-\frac{7}{2}} \quad (85)$$

En substituant ces valeurs dans (83), on obtient

$$P(\theta, \varphi) = \frac{e^2 Z_0 a^2 \omega_0^4}{16 \pi^2 c^2} \frac{1}{(1-\beta_l \cos \theta)^3} (1-u^2)^{-\frac{7}{2}} \left[ \left( 1 + \frac{u^2}{2} \right) (1-u^2) - (1-\beta^2) \frac{c^2}{a^2 \omega_0^2} \frac{u^2}{2} \left( 1 + \frac{u^2}{4} \right) \right] \quad (86)$$

sur l'axe, on a simplement  $u = \theta = 0$ , et

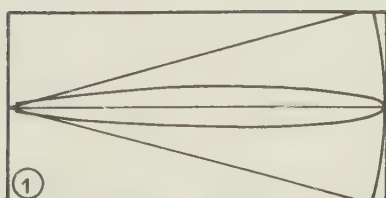
$$P(0, \varphi) = \frac{e^2 Z_0 a^2 \omega_0^4}{16 \pi^2 c^2} \frac{1}{(1-\beta_l)^3}$$

Définissons la fonction  $f(\theta)$ , qui représente la distribution angulaire du rayonnement, par la relation

$$P(\theta, \varphi) = f(\theta) P(0, \varphi)$$

Cette fonction  $f(\theta)$  a pour expression

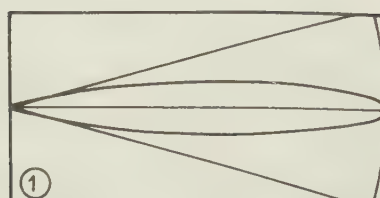
$$f(\theta) = \left( \frac{1-\beta_l}{1-\beta_l \cos \theta} \right)^3 (1-u^2)^{-\frac{7}{2}} \left[ \left( 1 + \frac{u^2}{2} \right) (1-u^2) - \frac{1-\beta^2}{\beta_t^2} \frac{u^2}{2} \left( 1 + \frac{u^2}{4} \right) \right] \quad (87)$$



2,3 MeV  
 $\lambda = 12 \text{ mm}$   
 $B = 0,1 \text{ WL/m}^2$   
 HELICOIDAL

DISTRIBUTION ANGULAIRE  
 (RAYONNEMENT TOTAL)

FIG:38



2,3 MeV  
 $\lambda = 6 \text{ mm}$   
 $B = 0,1 \text{ WL/m}^2$   
 SINUSOIDAL

DISTRIBUTION ANGULAIRE  
 (RAYONNEMENT TOTAL)

FIG.39

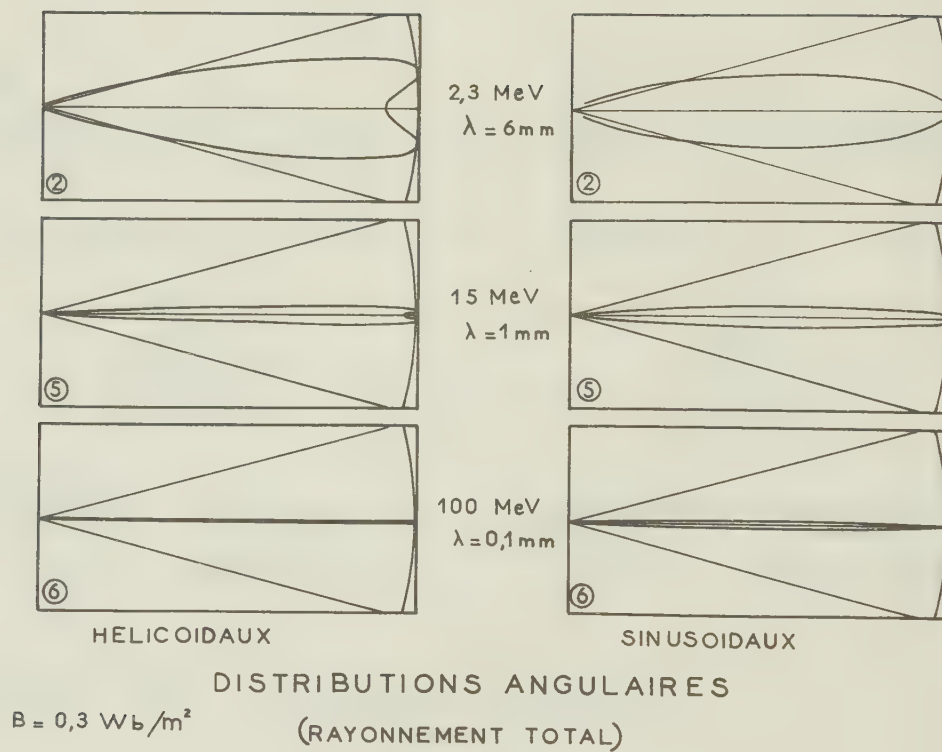
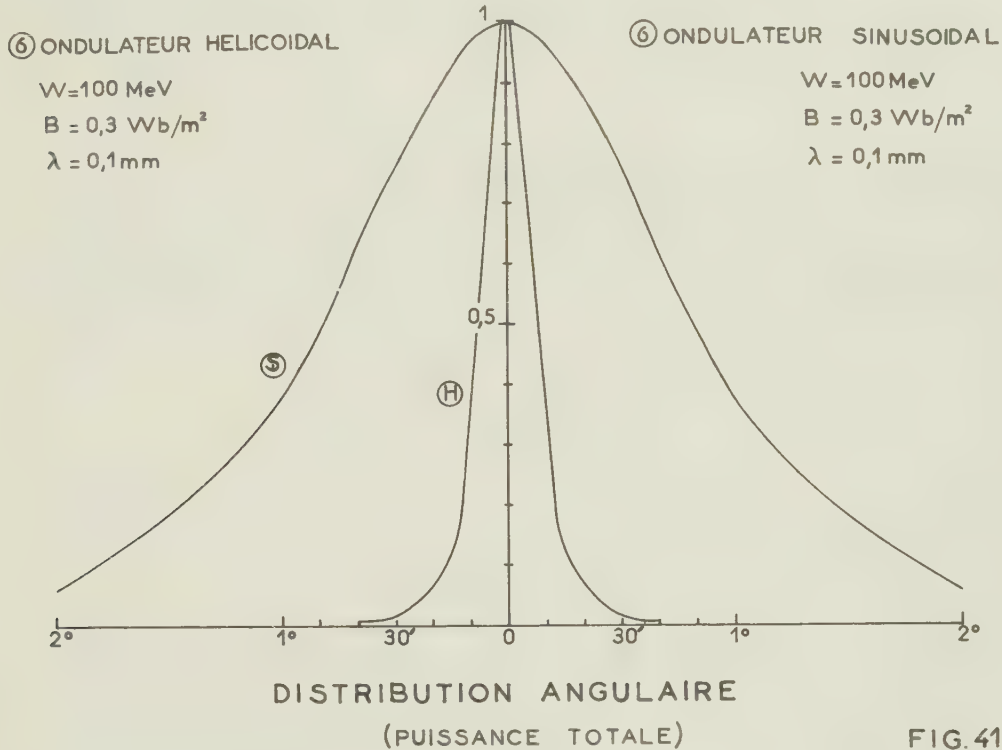


FIG.40

Elle est représentée graphiquement sur la figure 38 (ondulateur n° 1) et sur la figure 40 (ondulateurs n° 2, 5, et 6). Le rayonnement est pratiquement localisé dans un cône dont le demi-angle au sommet vaut de  $12^\circ$  à  $20^\circ$  à 2,3 MeV,  $3^\circ$  à  $30'$  à 15 MeV, et seulement  $17'$  à 100 MeV; aussi, pour ce dernier cas (ondulateur n° 6), a-t-on dessiné la figure 41 en coordonnées rectangulaires, à une échelle convenable. Sur les autres figures, les droites obliques font un angle de  $15^\circ$  avec l'axe.



*Remarques* 1° - La fonction  $f(\theta)$ , égale à 1 pour  $\theta = 0$ , vaut, pour  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = (1-\beta_l)^3 (1-\beta_t^2)^{-\frac{7}{2}} \frac{1}{2} \left[ 1 + (\beta^2 - \beta_t^2) - \frac{\beta_t^2}{4} (4\beta_t^2 - \beta^2 + 1) \right]$$

$$= (1-\beta \cos \alpha_0)^3 \frac{1 + \beta^2 \cos^2 \alpha_0 - \frac{1}{4} \beta^2 \sin^2 \alpha_0 [1 + \beta^2 (4 \sin^2 \alpha_0 - 1)]}{2 (1 - \beta^2 \sin^2 \alpha_0)^{\frac{7}{2}}} \quad (88)$$

expression, qui, pour  $\beta \simeq 1$ , se réduit à

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) \simeq \frac{(1 - \cos \alpha_0)^3}{\cos^5 \alpha_0} \left( 1 + \frac{\sin^2 \alpha_0}{2} \right) \quad (89)$$

et, si de plus  $\alpha_0$  est petit, à

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) \simeq \frac{\alpha_0^2}{8} \quad (90)$$

2° - Il est intéressant de retrouver la répartition angulaire du rayonnement d'un bétatron (électron décrivant une orbite circulaire), comme cas particulier de (87), avec

$$\beta_z = 0 \quad \Omega = \omega_0$$

Dans ces conditions, il vient

$$\begin{aligned} f(\theta) &= (1-u^2)^{-\frac{7}{2}} \left[ (1-u^2) \left(1+\frac{u^2}{2}\right) - \frac{1-\beta^2}{\beta^2} \frac{u^2}{2} \left(1+\frac{u^2}{4}\right) \right] \\ &= (1-u^2)^{-\frac{7}{2}} \left( 1 - \frac{u^2}{2} \frac{1}{\beta^2} - \frac{u^4}{8} \frac{1+3\beta^2}{\beta^2} \right) \end{aligned}$$

ou, en remplaçant  $u$  par sa valeur

$$\begin{aligned} u &= \beta \sin \theta \\ f(\theta) &= \frac{1 + \cos^2 \theta - \frac{\beta^2}{4} (1 + 3\beta^2) \sin^4 \theta}{2 (1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{\frac{7}{2}}} \quad (91) \end{aligned}$$

C'est bien la formule donnée par exemple par IVANENKO et SOKOLOV (1).

$f\left(\frac{\pi}{2}\right)$  se déduit immédiatement de (88) en faisant  $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$  ou de (91) en faisant  $\theta = \frac{\pi}{2}$  :

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1 - \frac{\beta^2}{4} (1 + 3\beta^2)}{2 (1 - \beta^2)^{\frac{7}{2}}}$$

(1) IVANENKO et SOKOLOV, L53, page 190.

### b. Application à l'ondulateur sinusoïdal.

Nous ne ferons ce calcul de la distribution angulaire qu'à partir des équations approchées du mouvement (trajectoire sinusoïdale), qui nous donnent, pour les composantes des vecteurs  $\vec{v}$  et  $\vec{\dot{v}}$  :

$$\vec{v} \begin{cases} v_t \\ 0 \\ -v_t \sin \omega_0 t \end{cases} \quad \vec{\dot{v}} \begin{cases} 0 \\ 0 \\ -v_t \omega_0 \cos \omega_0 t \end{cases}$$

Dans le cas d'un angle  $\varphi$  quelconque, nous serions conduits à évaluer des intégrales du type  $I_1, I_2$ . Bien que le phénomène ne présente plus la symétrie de révolution, nous nous contenterons d'examiner le cas  $\varphi = 0$  (le point d'observation est dans le plan  $xOy$ ). Les composantes de  $\vec{n}$  sont  $\cos \theta, \sin \theta, 0$ ; il vient donc

$$\eta = \frac{1}{1 - \bar{\beta} \cos \theta} \quad (92)$$

et on a de plus

$$\begin{cases} \dot{v}^2 = v_t^2 \omega_0^2 \cos^2 \psi \\ \vec{v} \cdot \vec{\dot{v}} = v_t^2 \omega_0 \sin \psi \cos \psi \\ \vec{n} \cdot \vec{\dot{v}} = 0 \end{cases}$$

En substituant dans (75), on obtient

$$\begin{aligned} P(\theta, \varphi) &= \frac{e^2 Z_0}{16\pi^2 c^2} \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\cos^2 \psi}{(1 - \bar{\beta} \cos \theta)^3} v_t^2 \omega_0^2 dt = \frac{e^2 Z_0}{16\pi^2 c^2} \frac{v_t^2 \omega_0}{(1 - \bar{\beta} \cos \theta)^3} \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} \cos^2 \psi d\psi \\ &= \frac{e^2 Z_0}{32 \pi^2 c^2} a^2 \omega_0^4 \frac{1}{(1 - \bar{\beta} \cos \theta)^3} \end{aligned} \quad (93)$$

la fonction  $f(\theta)$  est donc simplement égale à

$$f(\theta) = \frac{1}{(1 - \bar{\beta} \cos \theta)^3} \quad (94)$$

Cette fonction  $f(\theta)$  est représentée sur la figure 39 (ondulateur n° 1), sur la figure 40 (ondulateurs n° 2, 5 et 6), et, en coordonnées rectangulaires sur la figure 41 (ondulateur n° 6). Le rayonnement est localisé dans un cône dont le demi-angle au sommet vaut de  $17^\circ$  à  $25^\circ$  à 2,3 MeV,  $7^\circ$  à 15 MeV, et  $1^\circ 45'$  à 100 MeV.

Nous pouvons donc conclure que pour les deux types d'ondulateurs, le rayonnement est fortement dirigé vers l'avant, et cela d'autant plus que l'énergie des électrons est plus grande.

## 6. DISTRIBUTION SPECTRALE DU RAYONNEMENT D'UN ELECTRON.

La détermination de ce spectre de fréquences est intéressante, notamment parce qu'il est a priori possible qu'une faible fraction seulement de l'énergie soit rayonnée sur les fréquences que l'on cherche à produire.

### a. Formules générales . (1)

Considérons un onduleur de longueur infinie (bien qu'en fait les onduleurs réalisables avec des moyens techniques limités soient de longueur très modeste).

Pour plus de généralité, afin de permettre des comparaisons ultérieures avec l'effet TCHERENKOV, nous écrivons les formules pour un milieu de perméabilité magnétique  $\mu_0$ , mais de constante diélectrique  $\epsilon$ , dont par conséquent l'indice de réfraction est

$$n_r = \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}}$$

L'énergie rayonnée pendant tout le mouvement de l'électron est l'intégrale par rapport au temps du flux du vecteur de POYNTING :

$$W_R = \iint_S \int_{-\infty}^{+\infty} (\vec{N} \cdot d\vec{S}) dt = \frac{1}{Z_0} \iint_S \int_{-\infty}^{+\infty} (\vec{E} \times c\vec{B}) \cdot d\vec{S} dt \quad (95)$$

Décomposons  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  en intégrales de FOURIER :

$$\vec{E}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}_\omega e^{i\omega t} d\omega \quad (96)$$

(1) LANDAU et LIFSHITZ L51, pages 177 et 186; PANOFSKY et PHILLIPS, L55, page 215.

avec

$$\vec{E}_\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{E}(t) e^{-i\omega t} dt \quad (97)$$

et

$$\vec{B}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{B}_\omega e^{i\omega t} d\omega \quad (98)$$

avec

$$\vec{B}_\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{B}(t) e^{-i\omega t} dt \quad (99)$$

Il est essentiel de remarquer que  $\vec{E}(t)$  et  $\vec{B}(t)$  sont des grandeurs physiques réelles, fonctions de  $t$ ; mais que les composantes de FOURIER  $\vec{E}_\omega$  et  $\vec{B}_\omega$  sont des quantités complexes, dépendant de l'indice  $\omega$ . On montre aisément que si  $\vec{E}(t)$  et  $\vec{B}(t)$  doivent être des grandeurs réelles, cela impose les relations

$$\vec{E}_{+\omega} = \vec{E}_{-\omega}^* \quad (100)$$

$$\vec{B}_{+\omega} = \vec{B}_{-\omega}^* \quad (101)$$

En effet, si par exemple on a

$$\vec{E}_\omega = \vec{X}_\omega + i\vec{Y}_\omega$$

on a aussi

$$\vec{E}_t = \int_{-\infty}^{+\infty} (\vec{X}_\omega \cos \omega t - \vec{Y}_\omega \sin \omega t) d\omega + i \int_{-\infty}^{+\infty} (\vec{X}_\omega \sin \omega t + \vec{Y}_\omega \cos \omega t) d\omega$$

et par conséquent  $\vec{X}_\omega \sin \omega t + \vec{Y}_\omega \cos \omega t$  doit être une fonction impaire de  $\omega$ , ce qui entraîne

$$\vec{X}_\omega = \vec{X}_{-\omega} \text{ et } \vec{Y}_\omega = -\vec{Y}_{-\omega}$$

$$\text{et } \vec{E}_\omega = \vec{E}_{-\omega}^*, \text{ etc...}$$

Nous utiliserons encore l'approximation de l'onde plane, valable aux distances grandes devant la longueur d'onde ( $R \gg \lambda$ ). Dans ces conditions, si  $\vec{n}$  est le vecteur unitaire suivant la direction de propagation,  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ , et  $\vec{n}$  sont des vecteurs normaux entre eux, et on a

$$c\vec{B} = n_r (\vec{n} \times \vec{E}) \quad (102)$$

$$\vec{E} \times c\vec{B} = E \cdot cB \cdot \vec{n}$$

$$W_R = \frac{1}{Z_0} \iint_S \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E} \cdot \mathbf{cB} \cdot dS \, dt$$

En tenant compte de (98), on a

$$W_R = \frac{1}{Z_0} \iint_S \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} E \, dt \int_{-\infty}^{+\infty} cB_\omega e^{i\omega t} d\omega \right] dS$$

et, par une transformation simple,

$$W_R = \frac{1}{Z_0} \iint_S dS \int_{-\infty}^{+\infty} cB_\omega \, d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} E e^{i\omega t} \, dt$$

Mais d'après (97) et (100):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} E e^{i\omega t} dt = 2\pi E_{-\omega} = 2\pi E_\omega^*$$

Donc

$$W_R = \frac{2\pi}{Z_0} \iint_S dS \int_{-\infty}^{+\infty} c E_\omega^* B_\omega \, d\omega$$

et comme

$$E_{-\omega}^* B_{-\omega} = E_\omega B_\omega^*$$

on a enfin

$$W_R = \frac{2\pi c}{Z_0} \iint_S dS \int_0^{+\infty} (E_\omega B_\omega^* + E_\omega^* B_\omega) \, d\omega \quad (103)$$

On peut aussi écrire, comme on a  $E_\omega = cB_\omega \frac{1}{n_r}$  et  $dS = R^2 \sin \theta \, d\theta \, d\varphi$ :

$$W_R = \frac{4\pi c^2 R^2}{n_r Z_0} \int_0^\infty \iint_S B_\omega B_\omega^* \sin \theta \, d\theta \, d\varphi \, d\omega \quad (104)$$

Introduisons maintenant le potentiel-vecteur  $\vec{A}$  décomposé aussi en intégrale de FOURIER :

$$\vec{A}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{A}_\omega e^{i\omega t} \, d\omega \quad (105)$$

avec

$$\vec{A}_\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{A}(t) e^{-i\omega t} dt \quad (106)$$

Il est connu que, à l'approximation de l'onde plane, on a

$$\vec{B}_\omega = \frac{i\omega}{c} (\vec{n} \times \vec{A}_\omega) n_r \quad (107)$$

d'où

$$\vec{B}_\omega^* = -\frac{i\omega}{c} (\vec{n} \times \vec{A}_\omega^*) n_r \quad (107\text{bis})$$

( $\vec{n}$ ,  $\vec{A}$  et  $\vec{B}$  ne forment pas un trièdre trirectangle !)

Des deux dernières relations, on tire

$$\begin{aligned} B_\omega B_\omega^* &= \vec{B}_\omega \cdot \vec{B}_\omega^* = n_r^2 \frac{\omega^2}{c^2} [(\vec{n} \times \vec{A}_\omega) \cdot (\vec{n} \times \vec{A}_\omega^*)] \\ &= n_r^2 \frac{\omega^2}{c^2} [\vec{A}_\omega \cdot \vec{A}_\omega^* - (\vec{n} \cdot \vec{A}_\omega)(\vec{n} \cdot \vec{A}_\omega^*)] \end{aligned} \quad (108)$$

En substituant dans (104)

$$W_R = n_r \frac{4\pi R^2}{Z_0} \int_0^\infty \int_S [\vec{A}_\omega \cdot \vec{A}_\omega^* (\vec{n} \cdot \vec{A}_\omega)(\vec{n} \cdot \vec{A}_\omega^*)] \omega^2 \sin \theta d\theta d\varphi d\omega \quad (109)$$

Il reste à développer le crochet en remarquant que les composantes des vecteurs  $\vec{n}$ ,  $\vec{A}_\omega$ ,  $\vec{A}_\omega^*$  sont

$$\vec{n} \begin{cases} \cos \theta \\ \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi \end{cases} \quad \vec{A}_\omega \begin{cases} A_{\omega x} \\ A_{\omega y} \\ A_{\omega z} \end{cases} \quad \vec{A}_\omega^* \begin{cases} A_{\omega x}^* \\ A_{\omega y}^* \\ A_{\omega z}^* \end{cases}$$

de sorte que l'on a

$$\begin{aligned} \vec{A}_\omega \cdot \vec{A}_\omega^* - (\vec{n} \cdot \vec{A}_\omega)(\vec{n} \cdot \vec{A}_\omega^*) &= A_{\omega x} A_{\omega x}^* \sin^2 \theta + A_{\omega y} A_{\omega y}^* (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi) + A_{\omega z} A_{\omega z}^* (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \varphi) \\ &\quad - (A_{\omega y} A_{\omega z}^* + A_{\omega y}^* A_{\omega z}) \sin^2 \theta \sin \varphi \cos \varphi \\ &\quad - (A_{\omega z} A_{\omega x}^* + A_{\omega z}^* A_{\omega x}) \sin \theta \cos \theta \sin \varphi \\ &\quad - (A_{\omega x} A_{\omega y}^* + A_{\omega x}^* A_{\omega y}) \sin \theta \cos \theta \cos \varphi \end{aligned} \quad (110)$$

Pour les calculs effectifs il convient d'exprimer les composantes du potentiel-vecteur en fonction de celles de la densité de courant

$$\vec{j} = \rho \vec{v} = -e \vec{v} \delta(\vec{d} - \vec{R}) \quad (111)$$

en notant  $\delta(x)$  la fonction de DIRAC.

On a

$$\vec{j}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{j}_{\omega} e^{i\omega t} d\omega \quad (112)$$

avec

$$\vec{j}_{\omega} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{j}(t) e^{-i\omega t} dt \quad (113)$$

la relation liant  $\vec{A}$  et  $\vec{j}$  étant

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_V \frac{[\vec{j}] d\tau}{D} \quad (114)$$

$[\vec{j}]$  étant la densité de courant prise au temps retardé, qui peut s'écrire

$$[\vec{j}] = \vec{j}_{t-\frac{D}{c}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{j}_{\omega} e^{i\omega t} e^{-i\omega \frac{D}{c}} d\omega$$

On a donc

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_V \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{j}_{\omega} e^{i\omega t} \frac{e^{-i\omega \frac{D}{c}}}{D} d\tau d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{A}_{\omega} e^{i\omega t} d\omega$$

et par conséquent

$$\vec{A}_{\omega} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_V \vec{j}_{\omega} \frac{e^{-i\omega \frac{D}{c}}}{D} d\tau \quad (115)$$

Cette dernière formule est générale. Simplifions-la dans le cas de l'approximation valable aux grandes distances ( $R \gg d$ ) en confondant

au numérateur  $D$  et  $R - \vec{d} \cdot \vec{n}$   
 au dénominateur  $D$  et  $R$

Nous avons alors

$$\vec{A}_\omega = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{R} e^{-i\omega \frac{R}{c} r} \iiint_V \vec{j}_\omega e^{i\frac{\omega}{c} r} (\vec{d} \cdot \vec{n}) d\tau \quad (116)$$

soit, en décomposant :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{\omega x} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{R} e^{-i\omega \frac{R}{c} r} \iiint j_{\omega x} e^{i\frac{\omega}{c} r} (\vec{d} \cdot \vec{n}) d\tau \\ A_{\omega y} = \dots \\ A_{\omega z} = \dots \end{array} \right. \quad (116\text{bis})$$

Les formules (109), (110) et (116) résolvent le problème de la décomposition spectrale de l'énergie rayonnée, si on calcule dans chaque cas particulier  $j_{\omega x}$ ,  $j_{\omega y}$ , et  $j_{\omega z}$  à partir des équations du mouvement de l'électron.

#### b. Application à l'ondulateur hélicoïdal.

Nous nous limiterons à ce problème, intéressant en particulier parce qu'il présente la symétrie de révolution. Comme nous pouvons choisir une valeur quelconque de  $\varphi$ , plaçons-nous dans le cas  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ . La relation (110) s'écrit

$$\begin{aligned} \vec{A}_\omega \cdot \vec{A}_\omega^* - (\vec{n} \cdot \vec{A}_\omega)(\vec{n} \cdot \vec{A}_\omega^*) &= A_{\omega x} A_{\omega x}^* \sin^2 \theta + A_{\omega y} A_{\omega y}^* + A_{\omega z} A_{\omega z}^* \cos^2 \theta \\ &\quad - (A_{\omega z} A_{\omega x}^* + A_{\omega x}^* A_{\omega z}) \sin \theta \cos \theta \end{aligned} \quad (118)$$

En écrivant  $\omega_0$  pour  $\omega_{0h}$ , et  $a$  pour  $a_h$ , les équations du mouvement de l'électron sont

$$\left\{ \begin{array}{l} x = v_l t \\ y = a \cos \omega_0 t \\ z = a \sin \omega_0 t \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} v_x = v_l \\ v_y = -a\omega_0 \sin \omega_0 t \\ v_z = a\omega_0 \cos \omega_0 t \end{array} \right.$$

Les composantes de la densité de courant sont

$$\left\{ \begin{array}{l} j_x = -ev_l \delta(x - v_l t) \delta(y - a \cos \omega_0 t) \delta(z - a \sin \omega_0 t) \\ j_y = +ea\omega_0 \sin \omega_0 t \delta(x - v_l t) \delta(y - a \cos \omega_0 t) \delta(z - a \sin \omega_0 t) \\ j_z = -ea\omega_0 \cos \omega_0 t \delta(x - v_l t) \delta(y - a \cos \omega_0 t) \delta(z - a \sin \omega_0 t) \end{array} \right. \quad (119)$$

Les propriétés de la fonction de DIRAC permettent d'écrire (1)

$$\left\{ \begin{aligned} j_{\omega x} &= -\frac{e}{2\pi} \delta(y - a \cos \omega_0 t) \delta(z - a \sin \omega_0 t) e^{-\frac{i \omega x}{v_l}} \\ j_{\omega y} &= +\frac{e}{2\pi} \frac{a \omega_0}{v_l} \sin \omega_0 t \delta(y - a \cos \omega_0 t) \delta(z - a \sin \omega_0 t) e^{-\frac{i \omega x}{v_l}} \\ j_{\omega z} &= -\frac{e}{2\pi} \frac{a \omega_0}{v_l} \cos \omega_0 t \delta(y - a \cos \omega_0 t) \delta(z - a \sin \omega_0 t) e^{-\frac{i \omega x}{v_l}} \end{aligned} \right.$$

(120)

Ecrivons maintenant d'après (117) les composantes du potentiel-vecteur :

$$\left\{ \begin{aligned} A_{\omega x} &= -\frac{\mu_0}{4\pi R} e^{-i \frac{n_r \omega R}{c}} \frac{1}{2\pi} \iiint_V \delta(y - a \cos \omega_0 t) \delta(z - a \sin \omega_0 t) e^{i \omega \left( n_r \frac{\vec{d} \cdot \vec{n}}{c} - \frac{x}{v_l} \right)} dx dy dz \\ &= -\frac{\mu_0 e}{8\pi^2} \frac{1}{R} e^{-i \frac{n_r \omega R}{c}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i \omega \left( n_r \frac{\vec{d} \cdot \vec{n}}{c} - \frac{x}{v_l} \right)} dx \\ \text{et de même} \\ A_{\omega y} &= +\frac{\mu_0 e}{8\pi^2} \frac{1}{R} e^{-i \frac{n_r \omega R}{c}} \frac{a \omega_0}{v_l} \int_{-\infty}^{+\infty} \sin \left( \frac{\omega_0 x}{v_l} \right) e^{i \omega \left( n_r \frac{\vec{d} \cdot \vec{n}}{c} - \frac{x}{v_l} \right)} dx \\ A_{\omega z} &= -\frac{\mu_0 e}{8\pi^2} \frac{1}{R} e^{-i \frac{n_r \omega R}{c}} \frac{a \omega_0}{v_l} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos \left( \frac{\omega_0 x}{v_l} \right) e^{i \omega \left( n_r \frac{\vec{d} \cdot \vec{n}}{c} - \frac{x}{v_l} \right)} dx \end{aligned} \right.$$

(121)

Transformons le terme exponentiel :

$$\omega \left( n_r \frac{\vec{d} \cdot \vec{n}}{c} - \frac{x}{v_l} \right) = n_r \beta_l \frac{a(\omega)}{c} \omega \cos \theta t + n_r \frac{a(\omega)}{c} \sin \theta \cos \varphi \cos \omega_0 t + n_r \frac{a(\omega)}{c} \sin \theta \sin \varphi \sin \omega_0 t - t$$

$$= n_r \frac{a(\omega)}{c} \sin \theta \sin \omega_0 t - \omega \frac{1 - n_r \beta_l \cos \theta}{\omega_0} \omega_0 t$$

Pour alléger l'écriture nous introduirons les notations suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi = \omega_0 t \\ \frac{\omega}{\Omega} = p \text{ (nombre quelconque)} \\ \Omega = \frac{\omega_0}{1 - n_r \beta_l \cos \theta} \\ u = n_r \frac{a(\omega)}{c} \sin \theta \end{array} \right. \quad (122)$$

Nous avons alors

$$\omega \left( n_r \frac{\vec{d} \cdot \vec{n}}{c} - \frac{x}{v_l} \right) = u \sin \Psi - p \Psi$$

et

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{\omega x} = -\frac{\mu_0 e}{8\pi^2} \frac{1}{R} e^{-i \frac{n_r \omega R}{c}} \frac{v_l}{\omega_0} I_1 \\ A_{\omega y} = +\frac{\mu_0 e}{8\pi^2} \frac{1}{R} e^{-i \frac{n_r \omega R}{c}} a I_2 \\ A_{\omega z} = -\frac{\mu_0 e}{8\pi^2} \frac{1}{R} e^{-i \frac{n_r \omega R}{c}} a I_3 \end{array} \right. \quad (123)$$

en désignant par  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ , les trois intégrales suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(u \sin \psi - p\psi)} d\psi \\ I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \sin \psi e^{i(u \sin \psi - p\psi)} d\psi \\ I_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} \cos \psi e^{i(u \sin \psi - p\psi)} d\psi \end{array} \right. \quad (124)$$

Il est assez facile de calculer ces intégrales entre les limites 0 et  $2\pi$ . Il est même alors possible de les calculer pour un indice  $p$  quelconque. La méthode de calcul n'étant pas applicable en cas des limites infinies, nous utiliserons le développement

$$e^{iu \sin \psi} = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} J_s(u) e^{is\psi} \quad (s \text{ entier}) \quad (125)$$

ce qui nous permet de réécrire les intégrales  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ , de la façon suivante

$$I_1 = \sum_s J_s(u) \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(s-p)\psi} d\psi$$

$$I_2 = \sum_s J_s(u) \int_{-\infty}^{+\infty} \sin \psi e^{i(s-p)\psi} d\psi = \frac{1}{2i} \sum_s J_s(u) \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(s-p+1)\psi} d\psi - \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(s-p-1)\psi} d\psi \right]$$

$$I_3 = \sum_s J_s(u) \int_{-\infty}^{+\infty} \cos \psi e^{i(s-p)\psi} d\psi = \frac{1}{2} \sum_s J_s(u) \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(s-p+1)\psi} d\psi + \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(s-p-1)\psi} d\psi \right]$$

ou encore

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 = \sum_s J_s(u) I_4 \\ I_2 = \frac{1}{2i} \sum_s J_s(u) (I_5 - I_6) \\ I_3 = \frac{1}{2} \sum_s J_s(u) (I_5 + I_6) \end{array} \right. \quad (126)$$

en posant

$$I_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(s-p)\psi} d\psi \quad I_5 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(s-p+1)\psi} d\psi \quad I_6 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(s-p-1)\psi} d\psi \quad (127)$$

D'après la représentation connue de la fonction de DIRAC

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ikx} dk \quad (128)$$

on a

$$I_4 = 2\pi \delta(s-p) \quad I_5 = 2\pi \delta(s-p+1) \quad I_6 = 2\pi \delta(s-p-1) \quad (129)$$

Il s'en suit que ces trois dernières intégrales ne diffèrent de 0 que si on a, respectivement,

$$\begin{cases} s - p = 0 \\ s - p + 1 = 0 \\ s - p - 1 = 0 \end{cases} \quad (130)$$

c'est-à-dire seulement si (dans tous les cas) l'indice  $p$  est entier. L'énergie rayonnée par un onduleur indéfini est répartie suivant une suite discrète d'harmoniques,  $p = n = 1, 2, 3 \dots$  etc. A chacun correspond, d'après (122), une pulsation, fonction de l'angle  $\theta$ ,

$$\omega = n \frac{\omega_0}{1 - n_r \beta_l \cos \theta} \quad (131)$$

Toutefois, afin de donner une signification précise aux intégrales  $I_4, I_5, I_6$ , donnons maintenant à l'appareil une longueur  $L$  très grande mais finie; notre onduleur sera compris entre les points d'abs-

cisses  $-\frac{L}{2}$  et  $+\frac{L}{2}$ .

En définissant  $\psi_0$  par

$$\psi_0 = \frac{\omega_0}{v_l} \frac{L}{2} \quad (132)$$

nous aurons

$$\left\{ \begin{aligned} I_4 &= \frac{1}{i(s-p) - \psi_0} \int_{-\psi_0}^{\psi_0} e^{i(s-p)\psi} i(s-p) d\psi = 2\psi_0 \frac{\sin(s-p)\psi_0}{(s-p)\psi_0} \\ I_5 &= \frac{1}{i(s-p+1) - \psi_0} \int_{-\psi_0}^{\psi_0} e^{i(s-p+1)\psi} i(s-p+1) d\psi = 2\psi_0 \frac{\sin(s-p+1)\psi_0}{(s-p+1)\psi_0} \\ I_6 &= \frac{1}{i(s-p-1) - \psi_0} \int_{-\psi_0}^{\psi_0} e^{i(s-p-1)\psi} i(s-p-1) d\psi = 2\psi_0 \frac{\sin(s-p-1)\psi_0}{(s-p-1)\psi_0} \end{aligned} \right. \quad (133)$$

Avant de continuer le calcul, regroupons les formules utiles. En tenant compte de (118), on écrit (109) sous la forme

$$\begin{aligned} W_R &= n_r \frac{4\pi R^2}{Z_0} \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^{2\pi} [A_{\omega x} A_{\omega x}^* \sin^2 \theta + A_{\omega y} A_{\omega y}^* + A_{\omega z} A_{\omega z}^* \cos^2 \theta - \dots \\ &\quad \dots - (A_{\omega z} A_{\omega x}^* + A_{\omega x}^* A_{\omega z}) \sin \theta \cos \theta] \cdot \omega^2 d\omega \sin \theta d\theta d\varphi \end{aligned} \quad (134)$$

et d'après (123) (126) (133) on a, par exemple,

$$A_{\omega x} A_{\omega x}^* = \left( \frac{\mu_0 e^2}{8\pi^2} \right) \frac{1}{R^2} \left( \frac{v_l}{\omega_0} \right)^2 \left[ \sum_s J_s(u) 2\psi_0 \frac{\sin(s-p)\psi_0}{(s-p)\psi_0} \right]^2 \quad (135)$$

Nous savons que :

$p$  est voisin des valeurs entières  $n$   
 $\psi_0$  est grand

les fonctions analogues à  $\frac{\sin(s-p)\psi_0}{(s-p)\psi_0} = \frac{\sin x}{x}$  (en posant  $x = (s-p)\psi_0$ )

ne diffèrent de 0 que pour  $x$  voisin de 0, ou  $p$  voisin de  $s$ .

Donc des produits du type  $\frac{\sin(s-p)\psi_0}{(s-p)\psi_0} \frac{\sin(s'-p)\psi_0}{(s'-p)\psi_0}$  ne diffèrent de 0 que si

$$\text{et } \begin{cases} s = s' = n \\ p \text{ voisin de } n \end{cases}$$

Par conséquent pour le  $n^{\text{ième}}$  harmonique,

$$\begin{aligned} A_{\omega x} A_{\omega x}^* &= \left(\frac{\mu_0 e}{8\pi^2}\right)^2 \frac{1}{R^2} \left(\frac{v_l}{\omega_0}\right)^2 4\psi_0^2 J_n^2(u) \frac{\sin^2 x}{x^2} \\ &= \left(\frac{\mu_0 e}{4\pi^2} \frac{v_l}{R \omega_0} \psi_0\right)^2 J_n^2(u) \frac{\sin^2 x}{x^2} \end{aligned} \quad (136)$$

On trouve de même

$$\begin{aligned} A_{\omega y} A_{\omega y}^* &= \left(\frac{\mu_0 e}{8\pi^2}\right)^2 \frac{1}{R^2} a^2 \frac{1}{4} 4\psi_0^2 \left[ \sum_s J_s(u) \left( \frac{\sin(s-p+1)\psi_0}{(s-p+1)\psi_0} - \frac{\sin(s-p-1)\psi_0}{(s-p-1)\psi_0} \right) \right]^2 \\ &= \left(\frac{\mu_0 e}{8\pi^2} \frac{a \psi_0}{R}\right)^2 [J_{n-1}^2(u) + J_{n+1}^2(u) - 2 J_{n-1}(u) J_{n+1}(u)] \frac{\sin^2 x}{x^2} \\ &= \left(\frac{\mu_0 e}{8\pi^2} \frac{a \psi_0}{R}\right)^2 4 J_n'^2(u) \frac{\sin^2 x}{x^2} \end{aligned} \quad (137)$$

en posant  $x = (s-p+1)\psi_0$ ,  $x = (s-p-1)\psi_0 \dots$

On trouve également

$$A_{\omega z} A_{\omega z}^* = \left(\frac{\mu_0 e}{8\pi^2}\right)^2 \frac{1}{R^2} a^2 \frac{1}{4} \psi_0^2 \left[ \sum_s J_s(u) \left( \frac{\sin(s-p+1)\psi_0}{(s-p+1)\psi_0} + \frac{\sin(s-p-1)\psi_0}{(s-p-1)\psi_0} \right) \right]^2$$

$$\begin{aligned}
&= \left( \frac{\mu_0 e a \psi_0}{8 \pi^2 R} \right)^2 [J_{n-1}^2(u) + J_{n+1}^2(u) + 2 J_{n-1}(u) J_{n+1}(u)] \frac{\sin^2 x}{x^2} \\
&= \left( \frac{\mu_0 e a \psi_0}{8 \pi^2 R} \right)^2 \frac{4n^2}{u^2} J_n^2(u) \frac{\sin^2 x}{x^2} \quad (138)
\end{aligned}$$

Enfin le terme rectangle a pour valeur

$$\begin{aligned}
A_{\omega z} A_{\omega x}^* + A_{\omega z}^* A_{\omega x} &= 2 \left( \frac{\mu_0 e}{8 \pi^2} \right)^2 \frac{1}{R^2} \frac{a v_l}{\omega_0} \frac{1}{2} 4 \psi_0^2 \left[ \sum_s J_s(u) J_s(u) \frac{\sin(s-p)\psi_0}{(s-p)\psi_0} \dots \right. \\
&\quad \left. \dots \left( \frac{\sin(s-p+1)\psi_0}{(s-p+1)\psi_0} + \frac{\sin(s-p-1)\psi_0}{(s-p-1)\psi_0} \right) \right] \\
&= 2 \left( \frac{\mu_0 e \psi_0}{8 \pi^2 R} \right)^2 \frac{a v_l}{\omega_0} 2 [J_n(u) J_{n-1}(u) + J_n(u) J_{n+1}(u)] \frac{\sin^2 x}{x^2} \\
&= 2 \left( \frac{\mu_0 e \psi_0}{8 \pi^2 R} \right)^2 \frac{a v_l}{\omega_0} 4n \frac{J_n^2(u)}{u} \frac{\sin^2 x}{x^2} \quad (139)
\end{aligned}$$

Il reste à effectuer dans (134) l'intégration par rapport à  $d\omega$ . Comme on a

$$\omega = \frac{p\omega_0}{1 - n_r \beta_l \cos \theta} = p\Omega$$

$\omega$  varie lentement. Nous le mettrons en dehors du signe  $\int$  en le remplaçant par

$$\frac{n\omega_0}{1 - n_r \beta_l \cos \theta} = n\Omega$$

les fonctions de BESSEL de l'argument  $u = n_r p \frac{a\omega_0}{c} \frac{\sin \theta}{1 - n_r \beta_l \cos \theta}$  variant aussi lentement, nous les mettons également en dehors du signe  $\int$ .

Les seules intégrations restantes sont du type

$$\int \frac{\sin^2 x}{x} d\omega = \Omega \int \frac{\sin^2 x}{x} dp = - \frac{\Omega}{\psi_0} \int \frac{\sin^2 x dx}{x^2} \quad (140)$$

Faisons encore une fois usage du fait que la fonction  $x^{-2} \sin^2 x$  ne diffère de 0 que pour  $x$  voisin de 0, en élargissant les limites d'intégration à l'infini (les limites exactes sont sans importance du moment que la région où se trouve le maximum de la fonction est comprise). Comme on a

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2 x dx}{x^2} = \pi \quad (141)$$

toutes nos intégrales du type (140) donnent des facteurs  $\frac{\pi\Omega}{\psi_0}$ , et il vient

$$\begin{aligned} W_n &= n^2 n_r \frac{Z_0 e^2}{4\pi c^2} \psi_0 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \Omega^3 \left[ J_n^2(u) \left[ \left( \frac{v_l}{\omega_0} \right)^2 \sin^2 \theta + \frac{n^2 a^2}{u^2} \cos^2 \theta - 2 \frac{av_l}{\omega_0} \frac{n}{u} \sin \theta \cos \theta \right] + \dots \right. \\ &\quad \left. \dots + a^2 J_n'^2(u) \right] \sin \theta d\theta d\varphi \\ &= n^2 n_r \frac{Z_0 e^2}{4\pi c^2} \frac{L}{1} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \Omega^3 \left[ J_n^2(u) \left( \frac{v_l}{\omega_0} \sin \theta - \frac{cn}{n_r \omega} \cotg \theta \right)^2 + a^2 J_n'^2(u) \right] \sin \theta d\theta d\varphi \\ &= n^2 n_r \frac{Z_0 e^2}{4\pi} \frac{\omega_0 L}{1} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\Omega}{\omega_0} \left[ J_n^2(u) \left( \beta_l \frac{\Omega}{\omega_0} \sin \theta - \frac{1}{n_r} \cotg \theta \right)^2 + \dots \right. \\ &\quad \left. \dots + \left( \frac{a\Omega}{c} \right)^2 J_n'^2(u) \right] \sin \theta d\theta d\varphi \quad (142) \\ &= n^2 n_r \frac{Z_0 e^2}{2} \frac{\omega_0 L}{1} \int_0^\pi \frac{\Omega}{\omega_0} \left[ J_n^2(u) \left( \beta_l \frac{\Omega}{\omega_0} \sin \theta - \frac{1}{n_r} \cotg \theta \right)^2 + \dots \right. \\ &\quad \left. \dots + \left( \frac{a\Omega}{c} \right)^2 J_n'^2(u) \right] \sin \theta d\theta \quad (142bis) \end{aligned}$$

$$= n^2 n_r \frac{Z_0 e^2}{2} \frac{\omega_0 L}{1} I_n \quad (142\text{ter})$$

Ces formules donnent, pour une section de longueur  $L$  d'un modulateur indéfini (spectre discret), l'énergie totale rayonnée sur le  $n^{\text{ième}}$  harmonique (intégrée par rapport aux angles et aux fréquences).

Il est intéressant de calculer l'ordre de grandeur de la largeur du spectre d'un onduleur de longueur finie.

Remplaçons le spectre réel d'un harmonique, en forme de courbe en cloche très pointue, par un spectre rectangulaire de largeur  $\Delta\omega$ . Cela revient, dans (134) à supprimer l'intégration sur  $\omega$ , et à prendre pour le crochet sa valeur maxima ( $x = 0$ ). Alors  $\sin x/x = 1$ . Il faut dans le ré-

sultat final (142) remplacer le facteur  $\frac{\pi\Omega}{\psi_0}$  provenant des intégrales (140) par  $\Delta\omega$ . Ce qui donne

$$\frac{\Delta\omega}{\Omega} = \frac{\pi}{\psi_0}$$

comme

$$\psi_0 = \frac{\omega_0 L}{2v_l} = \frac{\omega_0 l}{2v_l} \frac{L}{l} = \frac{\pi L}{l}$$

on a

$$\Delta p = \frac{\Delta\omega}{\Omega} = \frac{l}{L} \quad (143)$$

la largeur du spectre est inversement proportionnelle au nombre de périodes de l'ondulateur.

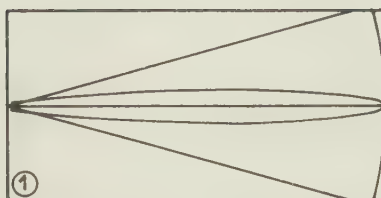
Nous pouvons faire sur les formules (131) (142) et (143) les remarques suivantes :

1°/ la formule (131), écrite avec  $n_r = 1$  et  $n = 1$  :

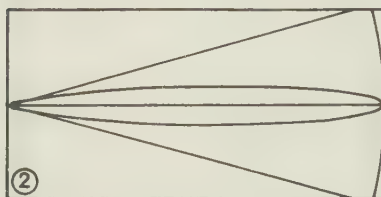
$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{v}{v_0} = \frac{1}{1 - \beta_l \cos \theta}$$

est bien celle déjà obtenue pour la fréquence fondamentale rayonnée dans le système du laboratoire, par des considérations sur l'effet DOPPLER. Il

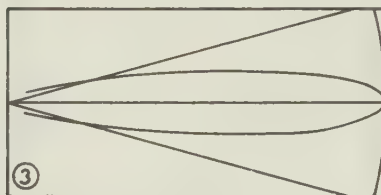
2,3 MeV  
 $\lambda = 12 \text{ mm}$   
 $B = 0,1 \text{ Wb/m}^2$



2,3 MeV  
 $\lambda = 6 \text{ mm}$   
 $B = 0,3 \text{ Wb/m}^2$



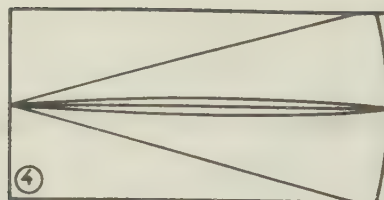
2,3 MeV  
 $\lambda = 6 \text{ mm}$   
 $B = 1 \text{ Wb/m}^2$



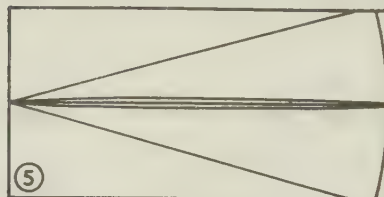
ONDULATEURS · HELICOIDaux  
 DISTRIBUTIONS ANGULAIRES  
 (FONDAMENTAL)

FIG.42

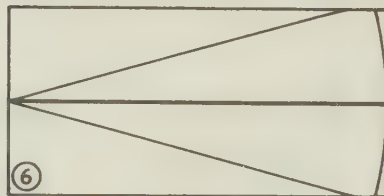
15 MeV  
 $\lambda = 6 \text{ mm}$   
 $B = 0,3 \text{ Wb/m}^2$



15 MeV  
 $\lambda = 1 \text{ mm}$   
 $B = 0,3 \text{ Wb/m}^2$



100 MeV  
 $\lambda = 0,1 \text{ mm}$   
 $B = 0,3 \text{ Wb/m}^2$



ONDULATEURS    HELICOIDaux  
DISTRIBUTIONS    ANGULAIRES  
(FONDAMENTAL)

FIG. 43

est connu en effet qu'en électromagnétisme, on obtient les mêmes résultats soit par l'utilisation directe des équations de MAXWELL dans un seul système, soit par des considérations proprement relativistes (systèmes mobiles les uns par rapport aux autres, transformations de LORENTZ).

2° / La formule (143), indique que le spectre d'un harmonique, pour un onduleur de dimensions limitées, s'étend pratiquement entre les pulsations  $\omega - \Delta\omega$  et  $\omega + \Delta\omega$ , avec  $\Delta\omega = \Omega \Delta p$  (ce qui correspond au double de la largeur du spectre rectangulaire). Si on veut par exemple obtenir une "monochromaticité" telle que la largeur à mi-hauteur du spectre, mesurée en unités de fréquence, soit étale au dixième de la fréquence centrale, la longueur de l'onduleur doit être égale à 10 fois le pas  $l$ . Si la longueur  $L$  tend vers l'infini,  $\Delta\omega$  tend vers zéro comme  $\frac{1}{L}$ , mais la puissance totale rayonnée, rapportée à l'unité de longueur, reste indépendante de cette longueur.

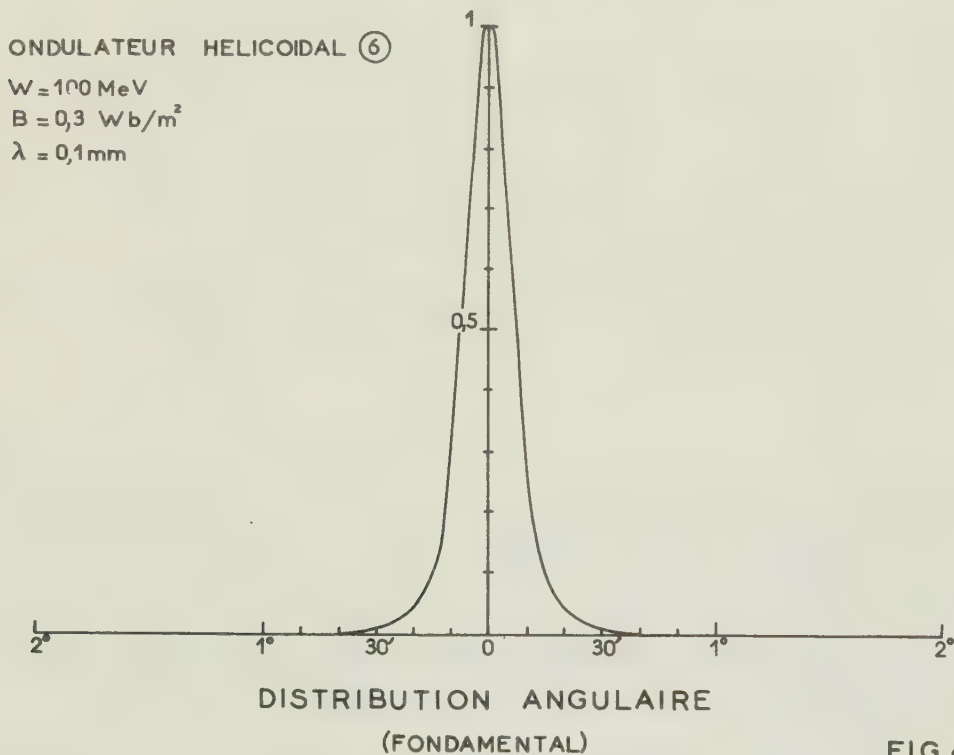


FIG.44'

3° / L'expression suivante, déduite de (142),

$$f_1(\theta) = \frac{\Omega}{\omega_0} [J_1^2(u) \left( \beta_l \frac{\Omega}{\omega_0} \sin \theta - \cot g \theta \right)^2 + \left( \frac{\alpha \Omega}{c} \right)^2 J_n'^2(u)] \quad (144)$$

TABLEAU XIV

## ONDULATEURS HELICOIDAUX

| N° | W<br>(MeV) | B<br>(mm) | $\lambda$<br>(mm) | l<br>(mm) | $W_R$<br>( $10^{-25}$ J) | n | $I_n$   | $W_n$<br>( $10^{-25}$ J) | $\frac{W_n}{W_R}$ |
|----|------------|-----------|-------------------|-----------|--------------------------|---|---------|--------------------------|-------------------|
| 1  | 2,3        | 0,1       | 12                | 577,1     | 1,191                    | 1 | 2,72    | 0,729                    | 0,612             |
|    |            |           |                   |           |                          | 2 | 0,271   | 0,291                    | 0,244             |
|    |            |           |                   |           |                          | 3 | 0,0434  | 0,105                    | 0,088             |
|    |            |           |                   |           |                          | 4 | 0,00839 | 0,0360                   | 0,0302            |
| 2  | 2,3        | 0,3       | 6                 | 190,4     | 40,3                     | 1 | 3,99    | 9,73                     | 0,241             |
| 3  | 2,3        | 1         | 6                 | 52,91     | 2860                     | 1 | 1,69    | 49,5                     | 0,0173            |
| 4  | 15         | 0,3       | 6                 | 1077      | 438                      | 1 | 37,3    | 2,92                     | 0,0067            |
| 5  | 15         | 0,3       | 1                 | 1083      | 33,5                     | 1 | 113,2   | 8,79                     | 0,262             |
| 6  | 100        | 0,3       | 0,1               | 7022      | 4,94                     | 1 | 1370    | 2,54                     | 0,514             |

nous donne, dans le vide et pour le fondamental, la distribution angulaire de la puissance émise (intégrée sur la fréquence). Elle est représentée, normalisée à l'unité, sur les figures 42, 43 et 44, pour les six onduleurs décrits précédemment. Le rayonnement est localisé dans un cône dont le demi-angle au sommet vaut 9 à 19°, à 2,3 MeV, 2 à 4° à 15 MeV, et 15' à 100 MeV : ces valeurs sont un peu plus petites que les valeurs correspondantes trouvées pour le rayonnement total.

4°/ On peut intégrer numériquement l'expression (142bis) pour obtenir l'énergie totale rayonnée  $W_n$  dans toutes les directions, sur le  $n^{\text{ième}}$  harmonique. Le tableau XIV donne d'une part les résultats relatifs au fondamental, pour les six onduleurs; d'autre part, pour l'onduleur n° 1, les résultats concernant les harmoniques d'ordre 2, 3, 4. L'utilisateur s'intéressant à l'énergie  $W_1$  rayonnée sur le fondamental, il est intéressant de constater que, si l'on passe de l'onduleur n° 2 au n° 3,

alors que l'énergie totale rayonnée  $W_R$  est multipliée par 71,  $W_1$  est seulement multipliée par 5; que si l'on passe du n° 4 au n° 5,  $W_1$  est triplée, alors que  $W_R$  est divisée par 13 ... etc. Pour l'appareil n° 1, on voit que le rapport  $W_n/W_R$ , qui part de la valeur très favorable  $W_1/W_R = 0,612$ , décroît très rapidement : l'énergie émise est rayonnée essentiellement sur le fondamental.

5°/ Il est intéressant de calculer l'énergie rayonnée sur l'axe par unité d'angle solide. Le fondamental intervient seul, car on a

$$u = \theta = 0 \quad J_{n \neq 0} = 0 \quad J'_{n \neq 1} = 0$$

on trouve

$$\begin{aligned} dW_R &= \frac{Z_0 e^2}{4\pi} \frac{\omega_0 L}{l} \frac{1}{1-\beta_l} \frac{1}{2} \left( \frac{a\Omega}{c} \right)^2 \frac{dS}{R^2} = W(0, \varphi) \frac{dS}{R^2} \\ &= \pi^2 Z_0 e^2 c \frac{a^2 L}{l^4} \left( \frac{\beta_l}{1-\beta_l} \right)^3 \frac{dS}{R^2} \end{aligned} \quad (145)$$

Ainsi pour l'ondulateur n° 1, on trouve

$$W(0, \varphi) = 18,41 \cdot 10^{-25} \text{ J}$$

alors qu'on avait une énergie totale rayonnée égale à

$$W_R = 1,191 \cdot 10^{-25} \text{ J}$$

si l'émission était isotrope, on aurait

$$W(\theta, \varphi) = \frac{W_R}{4\pi} = 9,48 \cdot 10^{-27} \text{ J}$$

Le rapport  $\frac{18,41 \cdot 10^{-25}}{9,48 \cdot 10^{-27}} = 194$  peut être pris comme mesure de la directivité.

Calculons la valeur  $\theta_0$  de l'angle  $\theta$  pour lequel la longueur d'onde émise est supérieure de 10 % à sa valeur axiale (pour  $\theta = 0$ ), puis la grandeur de l'angle solide tel que les valeurs de  $\theta$  soient comprises entre 0 et  $\theta_0$ . Nous trouvons

$$0,01433 \text{ stéradian.}$$

L'énergie émise dans cet élément d'angle solide est, par électron,

$$0,2637 \cdot 10^{-25} \text{ J}$$

La longueur d'onde émise dans la direction axiale est 12 mm.  
L'énergie du photon correspondant est

$$W = h\nu = 165,5 \cdot 10^{-25} \text{ J}$$

Donc, si nous nous intéressons exclusivement à l'énergie rayonnée dans une bande de longueurs d'onde égale à 10 % de la longueur d'onde nominale, nous trouvons qu'elle entraîne seulement l'émission de 0,001593 photons (ou quanta), soit un quantum pour un appareil de 628 m de longueur!

Si l'appareil est traversé par un courant de 1  $\mu\text{A}$ , et si les vibrations élémentaires sont incohérentes, il émet par mètre et par seconde

$$9,94 \cdot 10^9 \text{ photons}$$

La puissance rayonnée par un corps noir, de surface 100  $\text{cm}^2$ , dans un angle solide égal à 0,1 stéradian (le rayonnement étant supposé isotrope), et dans une bande de longueurs d'onde comprise entre 12 et 13,2 mm vaut

$$1,430 \cdot 10^{-10} \text{ W} \quad \text{pour } T = 300 \text{ }^\circ\text{K}$$

$$1,430 \cdot 10^{-9} \text{ W} \quad T = 3000 \text{ }^\circ\text{K}$$

Les nombres de photons émis sont (par seconde)

$$8,641 \cdot 10^{12}$$

$$\text{et } 8,641 \cdot 10^{13}$$

**Conclusion :** dans cet exemple, le nombre de quanta émis par unité de longueur et par électron est infime (il tendrait d'ailleurs vers zéro avec la valeur de l'induction  $B$ ). Pour un grand nombre d'électrons le nombre de quanta émis, calculé par électron, dépend de la plus ou moins grande cohérence des vibrations élémentaires. En bref, on rencontre les difficultés habituelles provenant de la dualité ondes-corpuscules. Par ailleurs, le corps noir soutient avantageusement la comparaison avec l'ondulateur **incohérent**. Mais il faut remarquer que la radiation millimétrique du corps noir, noyée dans un rayonnement intense de courte longueur d'onde, serait difficilement séparable et utilisable. Il semble cependant que le procédé de l'ondulateur ne peut être appliqué que si on bénéficie d'un gain de puissance important dû à la cohérence.

## 7 - COMPARAISON DE L'ONDULATEUR ET DU BETATRON

Il est facile de retrouver la formule donnant la puissance rayonnée par un électron décrivant une orbite circulaire (bétatron, synchrotron), à partir de (142bis) en écrivant

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_l = 0 \\ \Omega = \omega_0 \quad \omega = n\omega_0 \\ n_r = 1 \\ u = n \frac{a\omega_0}{c} \sin \theta = n\beta \sin \theta \end{array} \right.$$

et

$$L = 1 \quad P_n = \frac{W_n}{T_0} \quad \omega_0 = \frac{eB}{m_0} \sqrt{1-\beta^2}$$

(Nous réécrivons évidemment ces formules pour le cas du vide  $n_r = 1$ ). Il vient alors

$$P_n = n^2 \frac{Z_0 e^4}{4\pi m_0^2} B^2 (1-\beta^2) \int_0^\pi [J_n^2(n\beta \sin \theta) \cotg^2 \theta + \beta^2 J_n'^2(n\beta \sin \theta)] \sin \theta d\theta \quad (146)$$

C'est bien la formule classique. (1)

Il n'est pas possible analytiquement d'intégrer par rapport à  $\theta$ . cependant, dans ce cas de l'orbite circulaire, on peut obtenir des résultats généraux en utilisant des expressions asymptotiques des fonctions de BESSEL. On trouve ainsi, comme on sait, que la plus grande partie de l'énergie est rayonnée sur des harmoniques dont l'ordre  $n$  est voisin de

$$\left(\frac{m}{m_0}\right)^3 = \left(\frac{W}{m_0 c^2}\right)^3 \quad (147)$$

Pour  $1 \ll n \ll \left(\frac{m}{m_0}\right)^3$ , la puissance rayonnée varie comme  $n^{\frac{1}{3}}$

Pour  $n \gg \left(\frac{m}{m_0}\right)^3$ , elle varie comme  $n^{\frac{1}{2}} \exp \left[ -\frac{2}{3} n \left(\frac{m_0}{m}\right)^3 \right]$

(1) LANDAU et LIFSHITZ, L51, page 216; IVANENKO et SOKOLOV, L53, page 188

On peut se demander, pour comparer à l'ondulateur, quelle est la longueur d'onde (correspondant au maximum du spectre) rayonnée par un bétatron. On trouve ainsi, par exemple pour

|                          |                      |                                            |                          |                                            |
|--------------------------|----------------------|--------------------------------------------|--------------------------|--------------------------------------------|
| $B = 1,5 \text{ Wb/m}^2$ | $W = 15 \text{ MeV}$ | $\lambda_{\text{fond}} = 218,7 \text{ mm}$ | $n_{\text{max}} = 27000$ | $\lambda_{\text{max}} = 8,03 \text{ } \mu$ |
| 1,5                      | 30                   | 426,3                                      | 216000                   | 1,97                                       |
| 1,5                      | 100                  | 1404                                       | 8000000                  | 0,175                                      |

Il semble donc que le bétatron se présente surtout comme un émetteur de radiations infra-rouges ou optiques.

## 8 - COMPARAISON DU RAYONNEMENT DE L'ONDULATEUR ET DE L'EFFET TCHERENKOV

Il est intéressant de montrer que l'effet TCHERENKOV (1), rayonnement d'un électron en mouvement uniforme, constitue en quelque sorte le contrepoint du rayonnement de l'ondulateur. Le calcul peut être présenté d'une façon strictement parallèle.

Ce mouvement uniforme est défini par

$$\begin{aligned} \text{donc} \quad x &= v_l t & y &= z = 0 & \beta_l &= \beta & (148) \\ j_y &= j_z = 0 & A_y &= A_z = 0 \end{aligned}$$

et la formule (110) se réduit à

$$\vec{A}_\omega \cdot \vec{A}_\omega^* - (\vec{n} \cdot \vec{A}_\omega)(\vec{n} \cdot \vec{A}_\omega^*) = A_{\omega x} A_{\omega x}^* \sin^2 \theta \quad (149)$$

la formule générale (109) demeurant valable. Il en est de même des formules (116bis) donnant  $A_{\omega x}$ , etc... Par conséquent

$$A_{\omega x} = - \frac{\mu_0 e}{8\pi^2} \frac{1}{R} e^{-in_r \frac{\omega R}{c}} \frac{v_l}{\omega_0} I_1$$

et comme

$$u = 0$$

on a

$$I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\phi\psi} d\psi$$

(150)

(1) SCHIFF, L49 page 261; IVANENKO et SOKOLOV, L53, p. 107; JELLEY 53; PANOFSKY et PHILLIPS, L55, p. 309.

avec toujours

$$p = \frac{\omega}{\omega_0} (1 - n_r \beta \cos \theta) \quad (151)$$

D'après (128) on a

$$I_1 = 2\pi\delta(-p) = 2\pi\delta(p) = 2\pi\delta\left[\frac{\omega}{\omega_0}(1 - n_r \beta \cos \theta)\right] \quad (152)$$

il s'en suit que l'intégrale  $I_1$  ne diffère de 0, que si  $p = 0$ , c'est-à-dire si

$$\cos \theta = \frac{1}{n_r \beta} \quad (153)$$

autrement dit si  $\theta$  est égal à l'angle de MACH  $\theta_M$ . Le rayonnement de TCHERENKOV est localisé (pour un appareil de longueur infinie) sur un cône dont le demi-angle est l'angle de MACH. Mais si (153) est vérifié, la pulsation  $\omega$  peut être quelconque : le spectre de fréquences est continu. Par contre on doit avoir  $n_r \beta > 1$  ou  $\beta > \frac{1}{n_r}$  (154)

En prenant un appareil de longueur  $L$  grande mais finie, et en appliquant la méthode suivie de (132) à (142), on trouve la formule donnant l'énergie rayonnée

$$W_R = \frac{Z_0}{4\pi c} e^2 L \int \left(1 - \frac{1}{n_r^2 \beta^2}\right) \omega d\omega \quad (155)$$

cette formule correspond à la formule (142bis) de l'ondulateur.

A la relation (143) correspond la relation suivante

$$\Delta(\cos \theta) = \frac{2\pi c}{n_r L \omega} = 2\pi \beta c \frac{1}{L \omega} \cos \theta \quad (156)$$

La formule (155) donne le spectre de fréquences, en  $\omega d\omega$ , soit en  $\lambda^{-3} d\lambda$ , mais pour avoir l'énergie totale rayonnée, il faut intégrer par rapport à  $\omega$  (en se donnant une loi de variation de l'indice de réfraction  $n_r$  en fonction de  $\omega$ ), dans le domaine où on a  $n_r \beta > 1$ , ce qui exclut la région des rayons X.

On admet généralement une loi de dispersion du type

$$n_r^2(\omega) = 1 + \frac{B}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (157)$$

En intégrant de  $\omega = 0$  à  $\omega = \omega_0$ , on trouve

$$\frac{W_R}{L} = \frac{Z_0 e^2 \omega_0^2}{8 \pi c \beta^2} \left[ (\epsilon_r - 1) \log \frac{\epsilon_r}{\epsilon_r - 1} - (1 - \beta^2) \right] \quad (158)$$

Les tableaux suivants donnent quelques applications numériques des formules précédentes, avec  $\omega_0 = 6 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ , (ce qui correspond à une coupure du spectre dans l'UV moyen, à  $\lambda = 0,314 \mu$ ).

| $\epsilon_r$ | $n_r$    | $\beta_{lim}$ | $W_{lim}$<br>(eV) | $\theta_M$ pour<br>2,3 MeV | $W_R/L$<br>$\omega_0 = 6 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ | $W_R/L$<br>$\omega_0 = 6 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ |
|--------------|----------|---------------|-------------------|----------------------------|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| 2            | 1,414    | 0,7071        | 211600            | 43° 59'                    | $3,2055 \cdot 10^{-14} \text{ J/m}$                    | 200080 eV/m                                            |
| 10           | 3,162    | 0,3162        | 27650             | 71° 14'                    | 4,381                                                  | 273400 -                                               |
| 50           | 7,071    | 0,1414        | 5186              | 81° 44'                    | 4,576                                                  | 285600 -                                               |
| $\infty$     | $\infty$ | 0             | 0                 |                            | 4,625                                                  | 288700 -                                               |

La loi en  $\lambda^{-3} d\lambda$ , représentée par (155) favorise énormément le spectre optique. Pour des bandes spectrales de 10 %, elle prévoit les énergies suivantes par m (si  $n_r \beta \gg 1$ )

|                                     |                                  |                                                |
|-------------------------------------|----------------------------------|------------------------------------------------|
| $\lambda_{centrale} = 6 \text{ mm}$ | $2,532 \cdot 10^{-23} \text{ J}$ | soit $0,547 \cdot 10^{-9}$ de l'énergie totale |
| $= 1 \text{ mm}$                    | 91,15                            | $1,971 \cdot 10^{-8}$ -                        |
| $= 0,1 \text{ mm}$                  | 9115                             | $1,971 \cdot 10^{-6}$ -                        |
| $= 0,5 \mu$                         | 364.600.000                      | $7,884 \cdot 10^{-2}$ -                        |

Le rendement est ridicule dans le domaine millimétrique, mais peut être intéressant dans l'infra-rouge proche ou moyen.

Il est facile d'avoir un cône de définition excellente. Pour  $\lambda = 6 \text{ mm}$ ,  $L = 1 \text{ m}$ ,  $n_r = 7,071$ ,  $\theta = 81^\circ 44'$ ,  $W = 2,3 \text{ MeV}$ , on trouve déjà

$$\Delta(\cos \theta) = 0,849 \cdot 10^{-3} \text{ soit } \Delta \theta = 2' 57''$$

Bien entendu comme il n'est pas question de faire traverser au faisceau des diélectriques de constante élevée sur des épaisseurs notables (les pertes d'énergie par ionisation, etc... sont énormes, et en tout état de cause infiniment supérieures aux pertes TCHERENKOV) il y a lieu de considérer la suggestion de GINSBURG (1) : faire se déplacer les électrons près d'une surface diélectrique et parallèlement à celle-ci. Le faisceau se propagerait par exemple dans un canal circulaire foré dans le

(1) GINSBURG 47, 47a, 47b, 47c.

diélectrique. Les formules ci-dessus sont sensiblement valables si la distance électron-diélectrique est inférieure à  $0,1 \lambda$ . Donc, malheureusement, les difficultés techniques, très grandes à partir des longueurs d'ondes centimétriques, deviennent insurmontables dans l'infra-rouge.

**Remarque -**

Il est curieux de considérer le terme d'indice  $n = 0$  de la formule générale (142) de l'ondulateur. Il correspond en somme à une superposition des deux phénomènes : rayonnement de l'ondulateur et effet TCHE-RENKOV. Comme  $\omega$  est quelconque, et qu'on a  $\theta = \theta_M$ , il faut écrire (en tenant compte de la relation

$$\omega = \frac{n\omega_0}{1 - n_r \beta_l \cos \theta} )$$

$$dW_R = \frac{n_r Z_0}{8 \pi^2} \left( \frac{eL}{c} \right)^2 \left[ \sin^2 \theta_M J_0^2(u) + \left( \frac{a\omega_0}{v_l} \right)^2 J_1^2(u) \right] \omega^2 d\omega d(\cos \theta)$$

(161)

Si le mouvement hélicoïdal se réduit au mouvement uniforme, on a

$$a = 0 \quad v_l = \beta c \quad u = 0 \quad J_0(0) = 1 \quad J_1(0) = 0$$

et on trouve la formule suivante

$$dW_R = \frac{n_r Z_0}{8 \pi^2} \left( \frac{eL}{c} \right)^2 \left( 1 - \frac{1}{n_r^2 \beta^2} \right) \omega^2 d\omega d(\cos \theta)$$

qui, compte tenu de (156), redonne bien (155).

Nous pouvons résumer les caractéristiques essentielles du rayonnement de l'ondulateur et de l'effet TCHERENKOV de la façon suivante :

## O N D U L A T E U R

1. l'énergie rayonnée par un appareil de longueur illimitée se comporte comme une fonction de DIRAC par rapport à l'argument  $n-p$ ,  $n$  étant un nombre entier, et  $p$  étant défini par

$$p = \frac{\omega}{\Omega} = \frac{\omega}{\omega_0} (1 - n_r \beta_l \cos \theta)$$

2. A la valeur 0 de cet argument correspond, pour  $p$ , une suite de valeurs entières  $n = 1, 2, 3 \dots$  etc. A chaque valeur de  $n$  correspond une valeur de  $\omega$ , fonction de l'angle  $\theta$ , mais unique pour une valeur donnée de  $\theta$ .
3. Quel que soit  $n$ , l'angle  $\theta$  peut prendre toutes les valeurs possibles.
4. Si la longueur  $L$  de l'appareil est finie, il en résulte un étalement du spectre de fréquences  $\Delta\omega = \Omega \Delta p$ ,  $\Delta p$  étant donné par

$$\Delta p = \frac{1}{L}$$

5. Pour le  $n^{\text{ième}}$  harmonique, la distribution angulaire de l'énergie rayonnée (dans l'élément d'angle solide  $dS/R^2$ ), est donnée par la formule

$$f_n(\theta) = \Omega \left[ \left( \beta_l \frac{\Omega}{\omega_0} \sin \theta - \frac{1}{n_r} \cotg \theta \right)^2 J_n^2(u) + \left( \frac{a\Omega}{c} \right)^2 J_n'(u) \right]$$

cette distribution est fortement anisotrope (la direction de l'axe, en avant, est privilégiée).

6. L'intégration (numérique) de cette formule par rapport à l'angle solide donne l'énergie totale rayonnée sur le  $n^{\text{ième}}$  harmonique.
7. L'énergie totale rayonnée, sur tous les angles et tous les harmoniques, est donnée par la formule

$$W_R = 5,294 \cdot 10^{-23} \frac{\beta}{1-\beta^2} B^2 L \frac{\sin^2 \alpha_0}{\cos \alpha_0}$$

déduite de la formule générale de MAX ABRAHAM.

## EFFET TCHERENKOV

1. L'énergie rayonnée par un appareil de longueur illimitée se comporte comme une fonction de DIRAC par rapport à l'argument  $1 - n_r \beta \cos \theta$ ,  $n_r$  étant l'indice de réfraction du milieu.

2. A la valeur 0 de cet argument correspond pour  $\theta$ , une valeur déterminée  $\theta_M$  (angle de MACH), réelle si  $n_r \beta \gg 1$ , dépendant d'ailleurs de  $\omega$  par l'intermédiaire de  $n_r$  (qui est en général fonction de  $\omega$ ), mais unique pour chaque valeur de  $\omega$ .
3. Pour cette valeur  $\theta_M$ , la pulsation  $\omega$  peut prendre toutes les valeurs possibles.
4. Si la longueur  $L$  de l'appareil est finie, il en résulte un étalement du spectre angulaire, donné par

$$\Delta(\cos \theta) = \frac{2 \pi c}{n_r L \omega}$$

5. La distribution spectrale de l'énergie rayonnée (dans l'intervalle  $\omega, \omega + d\omega$ ) est donnée par la formule

$$f(\omega) = \left(1 - \frac{1}{n_r^2 \beta^2}\right) \omega$$

cette loi en  $\omega d\omega$ , c'est-à-dire en  $\lambda^{-3} d\lambda$ , favorise les fréquences optiques.

6. L'intégration de cette formule par rapport à  $\omega$ , en admettant une loi

de dispersion  $n_r^2 = 1 + \frac{B}{\omega_0^2 - \omega^2}$ , donne la formule suivante, valable

pour une diélectrique de constante  $\epsilon_r$ , avec  $\omega_0 = 6 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ , et  $\beta \simeq 1$  :

$$W_R = 4,625 \cdot 10^{-14} L (\epsilon_r - 1) \log \frac{\epsilon_r}{\epsilon_r - 1}$$



## Chapitre V

## EXPERIENCES DE PRODUCTION D'ONDES MILLIMETRIQUES

## 1 - EXPERIENCES AVEC UN ONDULATEUR SINUSOIDAL

## a. Description générale

L'ondulateur magnétique que nous avons construit, équipé d'un aimant à pôles alternés, est la réalisation du projet n° 1 (tableau XIII), dont nous rappelons les caractéristiques, légèrement modifiées, car la valeur réelle de  $B$  est un peu inférieure à sa valeur théorique.

$B = 0,096 \text{ Wb/m}^2$   
 $l = 160 \text{ mm}$   
 nombre de paires de pôles 6  
 $L = 400 \text{ mm}$

$W = 2,3 \text{ MeV}$   
 $\beta = 0,9833$   
 $\frac{k}{\beta} = 0,2651$   
 $\frac{I}{\lambda} = 28,15$   
 $\lambda = 5,69 \text{ mm}$   
 $W_R = 29,5 \cdot 10^{-25} \text{ J/électron}$

Cette longueur d'onde, d'environ 6 mm, a été choisie pour qu'il soit encore possible d'utiliser, comme organe de transmission, le guide standard millimétrique (bande 8 mm), et comme détecteur, le cristal de silicium correspondant.

L'ondulateur est représenté par la figure 45 (photographie) et la figure 46 (schéma). Il comprend, à partir de l'accélérateur :

- 1) le correcteur de champ, tronçon de guide coudé placé entre les pôles d'un électroaimant.

- 2) l'aimant permanent à pôles alternés.
- 3) un guide d'ondes rectangulaire spécial (guide de l'ondulateur), placé dans l'entrefer de l'aimant permanent. Sa longueur est de 75 cm.
- 4) un piège à électrons (non représenté) qui peut éventuellement être mis en place. C'est une section de guide avec une dérivation latérale à 45°, placée entre les pôles d'un aimant permanent (aimant de magnétron).
- 5) une section intermédiaire, dont les dimensions varient progressivement de manière à raccorder le banc millimétrique au guide de l'ondulateur.
- 6) un banc de mesures millimétriques, composé d'un nombre variable d'éléments standard. Il s'agit, comme nous l'avons dit, de la gamme 8 mm : les dimensions intérieures du guide sont  $7,10 \times 3,55$  mm.
- 7) une chambre d'expériences cylindrique, étanche (dimensions intérieures : longueur, 470 mm, diamètre 100 mm). Cette chambre est reliée à une pompe à palettes.
- 8) un équipement de détection comprenant un cristal détecteur et sa monture ; un câble coaxial, avec sortie étanche de la chambre d'expériences ; un amplificateur d'impulsions ; un oscilloscope ou un galvanomètre.

Tout cet ensemble forme avec l'accélérateur une seule enceinte étanche au vide. Grâce à cette disposition, il n'a pas été nécessaire d'intercaler une fenêtre diélectrique sur le trajet des ondes millimétriques. Les brides des guides millimétriques ne pouvant pas, vu leurs dimensions réduites, être équipées de joints en caoutchouc, on a dû enfermer le banc de mesures dans la chambre cylindrique. Et celle-ci n'étant reliée aux pompes principales de l'accélérateur que grâce aux fuites des brides millimétriques, il a fallu la brancher sur une pompe à palettes supplémentaire.

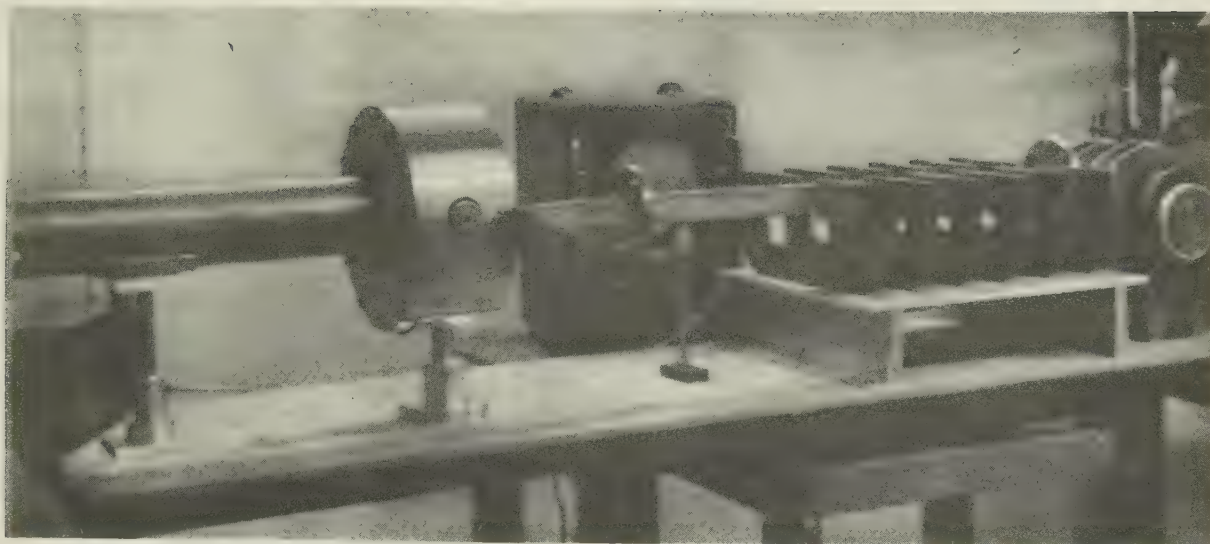
Pour mesurer les fréquences, on intercale entre la section intermédiaire de transition et la chambre d'expériences :

- 9) l'ondemètre millimétrique à absorption, contenu dans un grand compartiment étanche.

La longueur totale de l'installation, mesurée à partir de l'accélérateur, est 1,90 m.

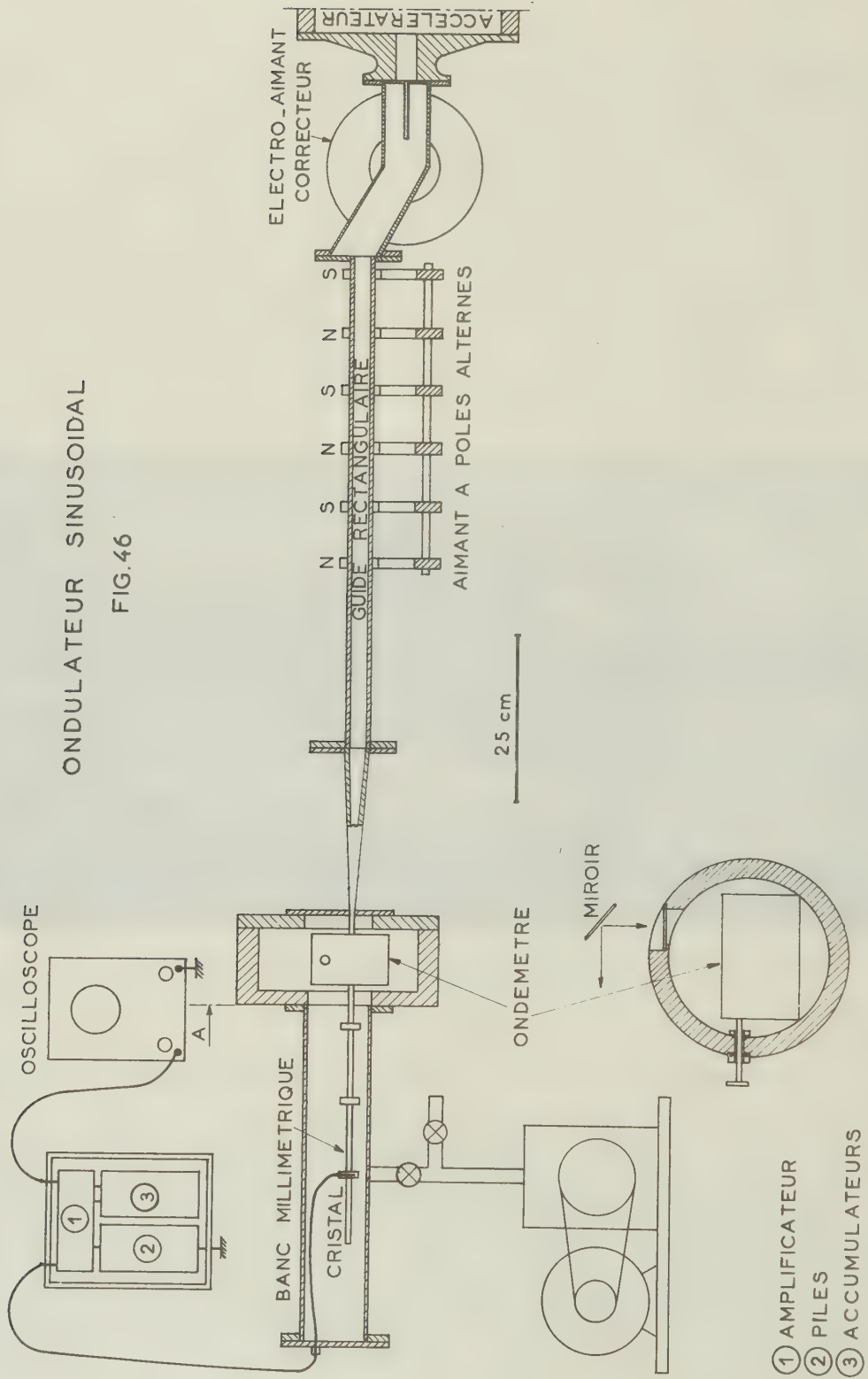
#### b. L'aimant à pôles alternés et l'électroaimant correcteur.

L'aimant à pôles alternés a été fabriqué par les Ateliers et Forges de la Loire (anciennement : établissements JACOB HOLTZER). Sa structure générale apparaît suffisamment sur la figure 45. Il est composé de six éléments en U, reliés entre eux par des tiges filetées et des écrous en acier inoxydable (amagnétique). Chaque élément comprend : une culasse en fer doux ; deux aimants parallélépipédiques de longueur 110 mm, et dont la section est  $60 \times 16$  mm ; et deux pièces polaires demi-cylindriques en fer doux. La culasse, les aimants et les pièces polaires sont fixés les uns aux autres grâce à un collage à l'araldite.



L'ONDULATEUR SINUSOIDAL

*Fig. 45*



# ONDULATEUR SINUSOIDAL

FIG.46

- ① AMPLIFICATEUR
- ② PILES
- ③ ACCUMULATEURS

Les aimants sont en alliage NELCO 700 à structure orientée. Correspondant au TICONAL, le NELCO a subi aussi un traitement thermique en présence d'un champ magnétique. Ses caractéristiques sont :

$$\begin{aligned} \text{induction rémanente : } B_r &= 12000 \text{ gauss} = 1,2 \text{ Wb/m}^2 \\ \text{champ coercitif : } H_c &= 660 \text{ oersteds} = 53000 \text{ A/m} \end{aligned}$$

Au point de la courbe  $B(H)$  où le produit  $BH$  est maximum, on a

$$\begin{aligned} B_M &= 10000 \text{ gauss} = 1 \text{ Wb/m}^2 \\ H_M &= 500 \text{ oersteds} = 40000 \text{ A/m} \\ (BH)_M &= 40000 \text{ J/m}^3 \end{aligned}$$

La composition ne doit pas être très éloignée de la suivante :

**Fe** 49,2; **Co** 24; **Ni** 15; **Al** 8; **Cu** 3; **Ti** 0,8.

La construction de cet aimant posait un problème difficile, par suite de l'importance des flux de fuite parasites entre barreaux aimantés voisins. En effet les surfaces en regard de ces barreaux sont séparées seulement par une distance de 64 mm, alors que la largeur de l'entrefer est presque aussi grande : 46 mm.

On peut se rendre compte ainsi du mauvais rendement de l'appareil : si l'aimant était parfait (flux de fuite inexistant; lignes de force du champ rectilignes et parallèles dans l'entrefer; réluctance de la culasse négligeable), on aurait

$$\frac{B}{H} = \frac{\text{longueur de l'aimant}}{\text{largeur de l'entrefer}} = \frac{220}{46} = 4,75$$

d'où, d'après les caractéristiques de l'alliage, les valeurs :

$$\begin{aligned} B &= 3000 \text{ gauss} = 0,3 \text{ Wb/m}^2 \\ H &= 630 \text{ oersteds} = 50400 \text{ A/m} \end{aligned}$$

(Remarquons d'ailleurs que le NELCO serait encore mal utilisé, car la valeur de l'énergie emmagasinée par l'unité de volume serait seulement  $BH = 16200 \text{ J/m}^3$ ). En fait l'aimant nous donne seulement un champ maximum de 1000 oersteds (exactement 960) au lieu de 3000, et grâce à des relevés expérimentaux suivis d'intégrations numériques, on a pu déterminer les valeurs réelles des flux :

du flux utile, dans le plan médian  $y = 0$ , pour  $x_i - 4 \text{ cm} < x < x_i + 4 \text{ cm}$ ,  
 $x_i$  étant la côte au droit d'une paire de pôles.

et du flux de fuite, dans le plan  $x = x_i - 4 \text{ cm}$

(dans les deux cas, pour  $-0,5 \text{ cm} < z < 0,5 \text{ cm}$ ).

On trouve une valeur du flux de fuite égale à  $8,6 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}$ , alors que celle du flux utile est seulement  $4 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}$  !

Les relevés de champ ont été faits avec un appareil qui permet de déplacer d'une manière connue, dans le domaine à explorer, une bobine (diamètre : 1 cm) reliée à un fluxmètre. On peut étudier un aimant de longueur quelconque, mais dont les dimensions transversales sont au plus  $46 \times 27 \text{ cm}$ . Trois translations suivant les trois axes  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ , sont possibles. On peut de plus faire tourner la bobine, autour d'un axe vertical, de  $180^\circ$  exactement, à partir d'une position angulaire de départ réglable à une valeur quelconque.

Le constructeur a adopté des pièces polaires demi-cylindriques afin de se rapprocher le plus possible d'une distribution de l'induction  $B_y$  parfaitement sinusoïdale suivant l'axe  $Ox$ . Nous avons vérifié qu'effectivement la présence des harmoniques n'est pas sensible, à la précision qui nous intéresse.

Comme nous l'avons dit, cet aimant à pôles alternés est précédé d'un électro-aimant correcteur (pouvant donner un champ de 1200 oersteds, soit  $96000 \text{ A/m}$ ), dans l'entrefer duquel est placé un guide coudé, fabriqué avec du guide standard 10 cm.

Les dimensions de ce guide, la position de l'électro-aimant, la valeur du courant dans ces bobines, sont déterminées, d'après des calculs et des mesures, de manière que, d'une part, la condition énoncée plus haut (nullité de l'intégrale  $\int_{-\infty}^{\infty} B(x) dx$ , voir la formule 70 du chapitre III) soit satisfaite, et que d'autre part la distance séparant les axes de l'accélérateur et de l'ondulateur soit égale à la dérive verticale (suivant  $Oz$ ) des électrons dans le système. Cette dérive est une fonction de l'énergie : il s'en suit que le correcteur fonctionne en même temps comme monochromateur, le pouvoir séparateur paraissant être de l'ordre de 100 keV. Les électrons dont l'énergie est différente de l'énergie nominale se perdent dans les parois du guide. Il en est de même, à la sortie de l'aimant permanent, et en l'absence d'un dispositif symétrique, de tous les électrons. Le faisceau se trouve donc éliminé à la sortie de l'ondulateur.

Trois correcteurs ont été construits. Les valeurs correspondantes des énergies électroniques et des dérives étant

|      |         |       |
|------|---------|-------|
| n° 1 | 2,0 MeV | 74 mm |
| 2    | 2,3 MeV | 65 mm |
| 3    | 2,6 MeV | 57 mm |

### c. Le guide de l'ondulateur. (1)

Le faisceau se propage, dans l'entrefer de l'aimant à pôles alternés, à l'intérieur d'un guide de section rectangulaire, dont les dimensions transversales intérieures, particulières, ne sont pas celles d'un guide standard. Il existe deux exemplaires de ce guide, fabriqué en plaques de laiton soudées, l'un de  $40 \times 25$  mm, l'autre de  $24 \times 15$  mm.

La théorie du rayonnement étant développée pour le cas de l'électron en milieu indéfini, il y aurait intérêt à ce que les conditions expérimentales se rapprochent des conditions théoriques. Mais, même si on décidait d'enfermer l'aimant onduleur dans un vaste compartiment étanche, outre que cela présenterait des difficultés techniques, on n'éviterait pas d'imposer aux solutions du problème des conditions aux limites très compliquées, à distance faible ou moyenne, du fait de l'existence des parois de la chambre, et de l'aimant lui-même. Aussi a-t-on jugé préférable d'adopter la solution du guide, qui introduit à très faible distance, des conditions aux limites très restrictives, mais bien définies. De plus, en opérant ainsi, on blinde parfaitement la zone où prend naissance le rayonnement électromagnétique, et on canalise exactement les ondes, ce qui simplifie le problème de la détection.

Une remarque s'impose d'ailleurs : on a vu que le rayonnement total, en espace libre, est localisé, vers l'avant, dans un cône étroit (demi-angle au sommet  $17^\circ$ ) centré sur l'axe. C'est là une raison évidente pour que l'introduction du guide ne bouleverse pas complètement le phénomène (ce qui serait le cas avec un émetteur isotrope par exemple).

Nous nous contenterons de calculer la variation de la longueur d'onde fondamentale par un procédé simple, dans lequel on considère le régime permanent qui s'établirait dans un système de grande longueur. Il est connu qu'une onde guidée par un guide rectangulaire peut être considérée comme la superposition de deux trains d'ondes, subissant des réflexions alternativement sur deux faces du guide. Les directions de propagation de ces deux trains d'ondes faisant avec l'axe du guide les angles  $\theta$  et  $-\theta$  tels que

$$\cos \theta = \frac{\lambda_0}{\lambda_g} = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2} \quad (1)$$

A la coupure, on a  $\lambda_0 = \lambda_c$ ,  $\lambda_g \rightarrow \infty$ ,  $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ , il n'y a plus propagation. Et pour des longueurs d'onde très courtes devant  $\lambda_c$ , on a  $\lambda_g \sim \lambda_0$ , et  $\theta = 0$ , le guide ne trouble pas la propagation.

(1) Le problème de l'influence du guide sur le rayonnement est étudié par H. MOTZ et M. FEIX. Voir MOTZ, THON et WITHEURST 53, et COMBE et FEIX 54.

Si nous adoptons cette représentation, il nous suffit d'écrire que la longueur d'onde fondamentale émise est celle rayonnée par l'électron sous l'angle  $\theta$ . En espace libre, nous considérons surtout le rayonnement dans la direction de l'axe  $\theta = 0$ . Comme l'effet DOPPLER, et par suite le rayonnement dans le système ( $S$ ) dépendent de  $\theta$ , nous sommes amenés, en passant de l'espace libre à l'espace guidé à faire subir une correction à la longueur d'onde. Nous nous souvenons que le rayonnement est isotrope dans le système ( $S'$ ).  $\lambda'$  désignant la longueur d'onde, indépendante de  $\theta$ , émise dans ce système, la formule de l'effet DOPPLER est

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{1 - \bar{\beta} \cos \theta}{\sqrt{1 - \bar{\beta}^2}}$$

On a donc

$$\frac{\lambda(\theta)}{\lambda(\theta=0)} = \frac{1 - \bar{\beta} \cos \theta}{1 - \bar{\beta}} \quad (2)$$

Connaissant  $\lambda_c$  d'après les dimensions transversales du guide, on calcule ce facteur de correction en éliminant  $\theta$  entre la relation (2) et la relation (1) que nous réécrivons avec notre nouvelle notation :

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_\theta}{\lambda_c}\right)^2} \quad (1bis)$$

Mais le calcul est beaucoup plus simple si on introduit la représentation par les ondes planes alternativement réfléchies, dans le système ( $S'$ ) au lieu de rester dans le système ( $S$ ). La formule (1bis) devient

$$\cos \theta' = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda'_\theta}{\lambda'_c}\right)^2}$$

Le rayonnement étant isotrope dans ( $S'$ ), on a  $\lambda'_\theta = \lambda'$  (indépendant de  $\theta$ ); les longueurs d'onde de coupure ne dépendent que des dimensions transversales du guide, qui ne sont pas affectées par les transformations de LORENTZ; elles sont donc également des invariants relativistes:  $\lambda'_c = \lambda_c$ ; et on peut écrire

$$\cos \theta' = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda'}{\lambda_c}\right)^2} \quad (3)$$

La formule de l'effet DOPPLER, exprimée en fonction de  $\theta'$ , étant

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\sqrt{1 - \bar{\beta}^2}}{1 + \bar{\beta} \cos \theta'}$$

le facteur de correction est calculé directement par la formule

$$\frac{\lambda(\theta)}{\lambda(\theta=0)} = \frac{1 + \bar{\beta}}{1 + \bar{\beta} \cos \theta'} \quad (4)$$

La présence du guide entraînant une diminution de fréquence, il y a avantage en général à ce que le facteur de correction soit le plus possible voisin de 1. Il faut pour cela que le guide soit le plus grand possible.

Inversement, ses dimensions minima sont atteintes lorsqu'on est à la limite des possibilités de propagation, c'est-à-dire lorsque la longueur d'onde  $\lambda'$  (plus grande que  $\lambda$  !) est égale à la plus grande valeur de  $\lambda_c$ . Cette dernière valeur correspond au mode  $TE_{10}$  : elle est égale au double de la longueur du grand côté du guide. A ce moment le facteur de correction (puisque'on a  $\cos \theta' = 0$ ) vaut  $1 + \bar{\beta}$ , soit par exemple 1,97 pour  $\bar{\beta} = 0,97$ .

Si on élargit le guide, le mode  $TE_{10}$  donc, se propage, d'abord seul. Puis pour des dimensions suffisantes, le mode suivant apparaît. Si le rapport longueur/largeur du guide a la valeur standard 2,25, il s'agit du mode  $TE_{20}$ , la valeur correspondante de  $\lambda_c$  étant alors la longueur du grand côté ... etc. Dans beaucoup de cas, une bonne solution sera de s'arrêter effectivement à l'apparition du mode  $TE_{20}$ , afin de ne pas compliquer les phénomènes par la présence de modes multiples, et d'avoir cependant un facteur de correction assez voisin de 1. On a alors

$$\begin{aligned} \lambda_c &= 2 \lambda' \\ \cos \theta' &= \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = 0,866 \\ \frac{\lambda(\theta)}{\lambda(\theta=0)} &= \frac{1 + \bar{\beta}}{1 + 0,866 \bar{\beta}} = (\text{pour } \bar{\beta} = 0,97) \quad 1,071 \end{aligned}$$

Il faut que la vibration des électrons s'effectue parallèlement au champ électrique de l'onde  $TE_{10}$  qu'il s'agit d'exciter. Par conséquent les électrons oscillent parallèlement à la face étroite du guide : sa largeur doit être déterminée en tenant compte de l'amplitude du mouvement des corpuscules, et de la section transversale du faisceau.

Afin de vérifier les points principaux de la théorie précédente, nous avons construit deux guides différents. Nous avons été amenés à leur

donner les dimensions  $40 \times 25$  et  $24 \times 15$  mm. Avec ce rapport longueur/largeur uniformément égal à 1,6, le tableau des longueurs d'onde de coupure s'établit ainsi :

| MODE                | GRAND GUIDE | PETIT GUIDE |
|---------------------|-------------|-------------|
| $TE_{10}$           | 80 mm       | 48 mm       |
| $TE_{01}$           | 50 -        | 30 -        |
| $TE_{11}$ $TN_{11}$ | 42,39 -     | 25,44 -     |
| $TE_{20}$           | 40 -        | 24 -        |
| $TE_{21}$ $TN_{21}$ | 31,24 -     | 18,74       |

... etc.

Dans notre dispositif, nous avons

$$\lambda' = l \frac{\sqrt{1 - \bar{\beta}^2}}{\beta^2} = 43,0 \text{ mm}$$

Le petit guide fonctionne presque à la coupure, et le grand guide permet déjà la propagation du mode  $TE_{01}$  (en plus du mode  $TE_{10}$ ).

La variation de la longueur d'onde rayonnée en fonction de l'énergie  $W$  des électrons est donnée par la figure 47 (espace libre) et par la figure 48 (propagation en espace libre et dans les guides). Il s'agit des valeurs théoriques. On a notamment, pour  $W = 2,3$  MeV :

vide  $\lambda = 5,69$  mm

grand guide  $\lambda = 6,16$  mm

petit guide  $\lambda = 7,82$  mm

#### d. La mesure des fréquences.

La première méthode, assez rudimentaire, mais commode, et déjà utilisée par H. MOTZ (1) consiste à intercaler dans le circuit millimétrique des filtres, sections de guides cylindriques, dont les longueurs d'onde de coupure sont convenablement choisies - Le rapport  $\lambda_c/\text{rayon}$  vaut

3,413 pour le mode  $TE_{11}$  (fondamental)

2,613 pour le mode  $TN_{01}$

Nous avons construit toute une série de filtres, dont les diamètres s'échelonnent de 0,2 en 0,2 mm :

(1) MOTZ, THON et WHITEHURST 53.

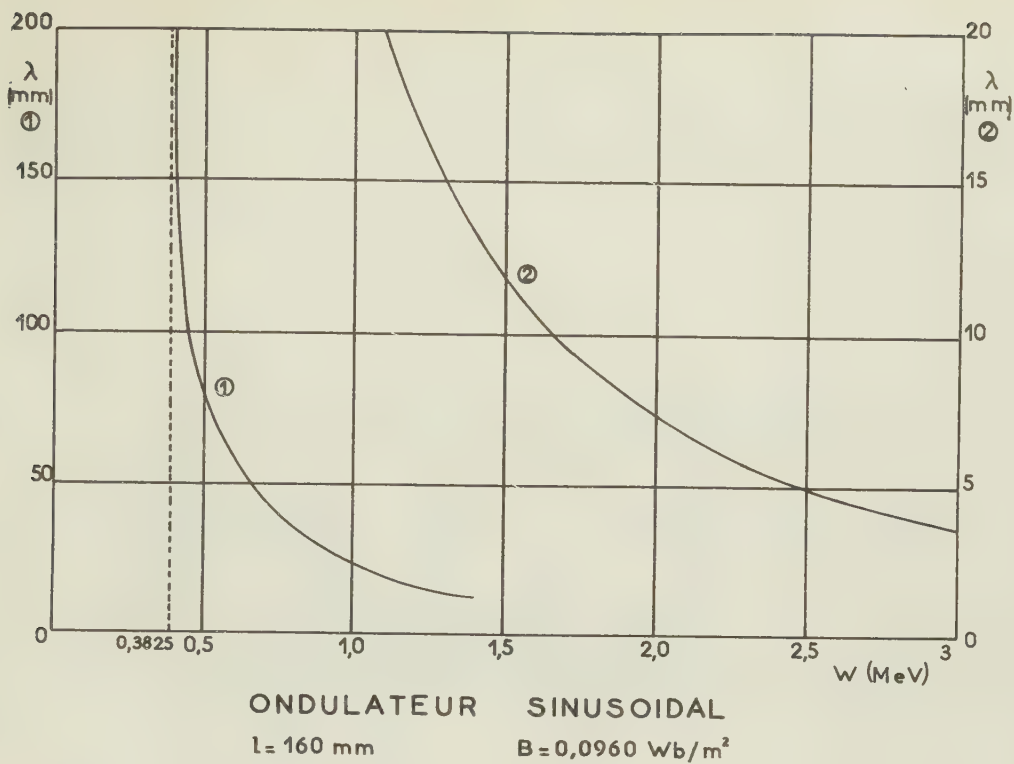


FIG.47

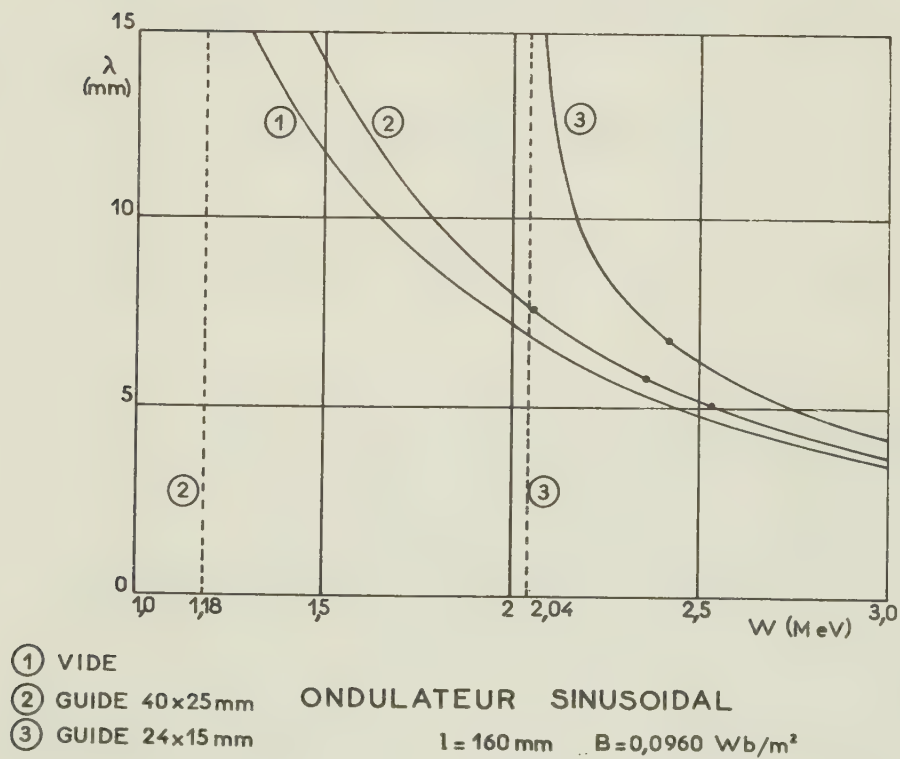
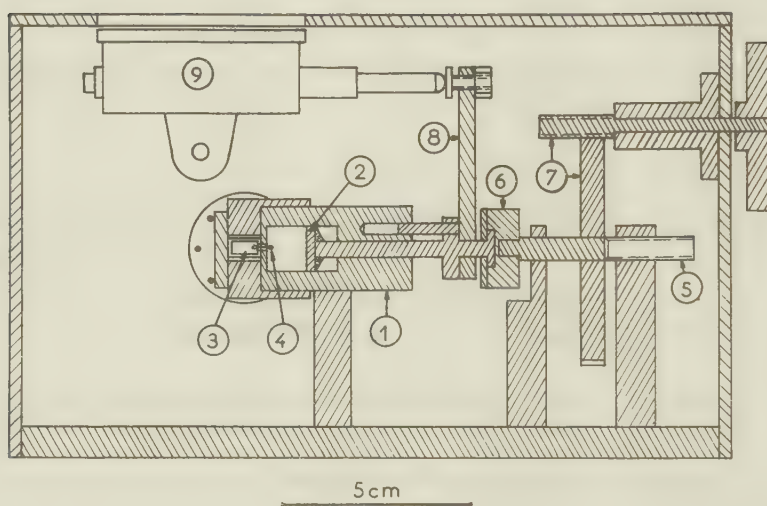


FIG.48



ONDEMETRE MILLIMETRIQUE

1 FIG.49

| DIAMETRE | $\lambda_c$ ( $TE_{11}$ ) | $\lambda_c$ ( $TM_{01}$ ) |
|----------|---------------------------|---------------------------|
| 2,9 mm   | 4,94 mm                   | 3,78 mm                   |
| 3,1 -    | 5,29 -                    | 4,04 -                    |
| -----    |                           |                           |
| 6,7 -    | 11,42 -                   | 8,74 -                    |
| 6,9 -    | 11,76 -                   | 9,00 -                    |

Ces filtres sont intercalés dans le banc millimétrique, à l'intérieur de la chambre d'expériences, et cela sans jonctions spéciales.

La seconde méthode consiste dans l'emploi d'un ondemètre, construit spécialement au laboratoire (*figure 49*). On a naturellement choisi un appareil à absorption, à cavité cylindrique, et fonctionnant, pour que cette cavité ait des dimensions suffisantes, suivant le mode de révolution  $TE_{011}$ . Avec un rayon égal à 6,28 mm, la longueur d'onde de coupure est 10,30 mm. Le couplage entre la cavité et le guide millimétrique est assuré par deux boucles convenablement disposées (placées symétriquement par rapport à l'axe de la cavité, leur plan étant perpendiculaire à l'axe du guide).

Une première version de l'appareil avait été construite avec une course du piston égale à 4,26 mm (hauteur de la cavité comprise entre 5,97 et 10,23 mm, les longueurs d'onde correspondantes étant 7,8 et 9,2 mm). Le piston n'est pas en contact avec les parois de la cavité : cela n'affecte pas le mode  $TE_{011}$ , les lignes de force du champ électrique étant circulaires; par contre les modes non de révolution  $TE_{212}$ ,  $TM_{012}$ ,  $TE_{112}$ ,  $TE_{311}$ ,  $TE_{211}$ , existant dans la bande utilisée, excitent la partie de la cavité située derrière le piston. Ils sont amortis par une pastille d'un mélange fer divisé-araldite collée sur la face arrière du piston.

Cet ondemètre qui fonctionnait très correctement, a été étalonné par comparaison à un ondemètre du commerce (fabriqué par la firme américaine P.R.D.).

Le développement de l'étude montra la nécessité de couvrir une très large bande de fréquence avec un appareil unique. Aussi, dans une deuxième version, la course fut portée à 8,00 mm (hauteur de la cavité comprise entre 2,50 et 10,50 mm, les longueurs d'onde correspondantes étant 4,50 et 9,25 mm). Evidemment, beaucoup de modes entrent en résonance. En pratique, l'inconvénient n'est pas très grave, car le mode  $TE_{011}$  présente toujours la résonance la plus forte, et parce que les mesures à l'ondemètre sont toujours précédées de mesures préliminaires faites avec les filtres.

Donnons quelques détails sur la réalisation mécanique. La cavité (1) (*figure 49*) est un bloc de laiton qui sert en même temps de guide à la tige de commande qui est solidaire du piston (2) : le guidage est

assuré sur une grande longueur. Le guide millimétrique (3) est couplé à la cavité par les boucles (4). La tige filetée (5) tournant dans un écrou fixe, provoque la translation du piston, qui ne doit pas subir de contraintes. Aussi le mouvement est-il transmis par une articulation à rotule (6); un dispositif très apparent sur le dessin empêche la rotation du piston. L'organe de mesure est un comparateur ROCH (9) (capacité : 10 mm; précision 0,01 mm). La liaison piston-comparateur se fait grâce à la tige rigide (8) terminée par une butée sur laquelle appuie le comparateur. De cette manière les jeux du système mécanique ne diminuent pas la précision de l'appareil. Un couple de pignons hélicoïdaux (7) (démultiplication 1 : 10) transmet le mouvement de la poignée de commande à la tige (5).

Pour le montage sur l'ondulateur (*figure 46*) l'ondemètre est enfermé dans un grand compartiment étanche, composé de deux parties usinées dans la masse à partir de blocs de duralumin. Le mouvement est transmis de l'extérieur par un joint V.F.M. du type WILSON (joint de caoutchouc, conique), qui convient parfaitement aux mouvements de rotation lents. Un hublot et un miroir permettent la lecture du comparateur.

#### e. L'équipement de détection.

Il ne présente pas de caractéristiques très particulières. Aussi le décrivons-nous brièvement. Les détecteurs sont des cristaux (de silicium) CR4 T1, fabriqués par la société "La Radio-Industrie". Prévus pour fonctionner dans l'étroite bande 34000 - 35800 Mc/s (longueurs d'onde comprises entre 8,82 et 8,38 mm), ils ont pu en fait être utilisés dans toute la bande que nous avons étudiée.

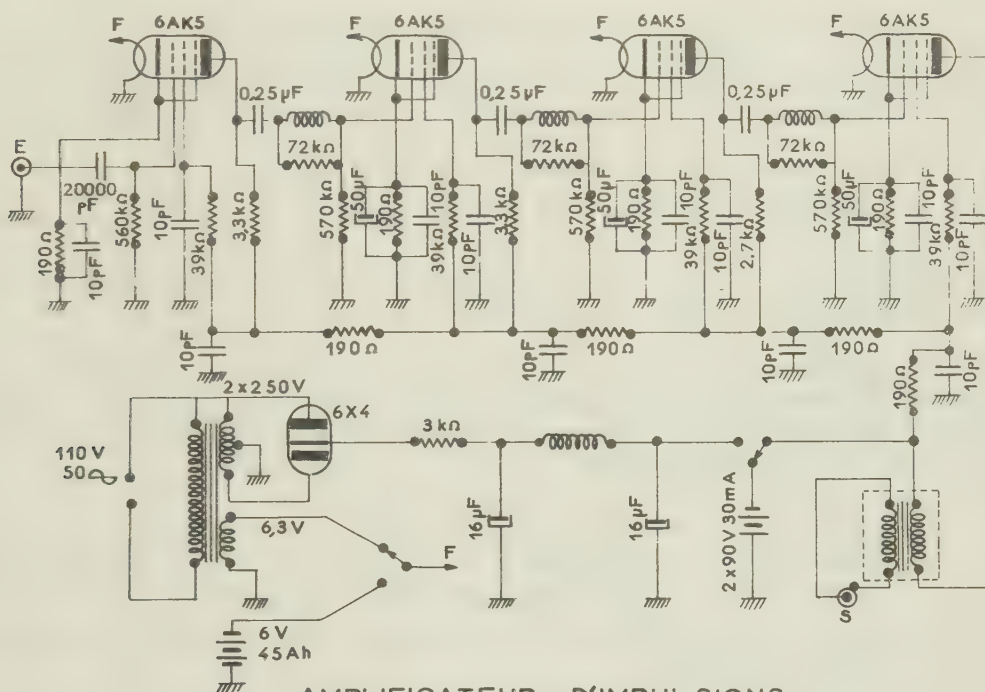
Ils sont montés sur une plaquette métallique rectangulaire (16 x 11,8 mm) qui est évidée en son centre (ouverture rectangulaire aux côtes du guide standard 7,10 x 3,55 mm). Une monture permet d'introduire le cristal dans le guide, perpendiculairement à son axe.

L'efficacité annoncée est de 0,5 mA par mW. Mais ces cristaux sont très fragiles et de caractéristiques très variables dans le temps. Il est vrai qu'on peut fréquemment les réparer en déplaçant légèrement le point de contact sur le cristal. La résistance en courant continu, mesurée avec une pile de 4,5 V, est de l'ordre de 500  $\Omega$  dans un sens, et de 3000  $\Omega$  en sens inverse.

Un câble coaxial d'impédance 50  $\Omega$  relie le détecteur à un amplificateur d'impulsions (*figure 50*), construit par M. BERTRAND, du C.N.E.T. Cet appareil, très classique, est composé de quatre étages équipés de tubes 6AK5. Il est couplé aux coaxiaux d'entrée et de sortie par des transformateurs d'impulsions. En fait nous l'utilisons généralement avec trois étages seulement : il donne alors un gain en tension de 6000 (soit 75 db) à 1 Mc/s, sa bande passante s'étendant jusqu'à 5 Mc/s.

L'appareil de lecture est un oscilloscope C.R.C. (Constructions Radiophoniques du Centre), type OC 422 B.

Dans certaines expériences nous remplaçons l'amplificateur et l'oscilloscope par un galvanomètre A.O.I.P.



AMPLIFICATEUR D'IMPULSIONS

FIG.50

#### f. Résultats. (1)

Nous nous sommes d'abord attachés à la mise en évidence du phénomène sans nous occuper de la mesure des longueurs d'onde. La difficulté réside dans le fait qu'on veut détecter un faible signal pulsé, à 4 mètres à peine de puissants générateurs produisant des impulsions de mêmes caractéristiques temporelles : durée et fréquence de répétition.

Les premiers essais, faits avec l'amplificateur soigneusement blindé, mais alimenté par le courant du secteur ne donnèrent pas de bons résultats, le niveau des parasites recueillis étant très élevé. Par contre, en assurant le chauffage des filaments des tubes 6 AK 5 par une batterie d'accumulateurs et en prélevant leur tension plaque sur deux batteries de piles 90 V, les parasites deviennent peu visibles dans les conditions d'utilisation de l'oscilloscope, et il est facile d'observer sur l'écran un signal de plusieurs cm.

Il reste à montrer que ce signal est dû aux ondes millimétriques et non à d'autres causes. On constate d'abord qu'il n'existe qu'en présence du faisceau d'électrons accélérés, d'une façon plus précise si toutes les conditions nécessaires à la production de ce faisceau sont satisfaites. Il faut encore ajouter que le faisceau doit se présenter correctement à l'entrée de l'ondulateur. Cela représente au total cinq conditions :

- 1°/ Mise en route du chauffage du filament.
- 2°/ Mise en route du générateur d'impulsions du canon.
- 3°/ Mise en route du générateur d'impulsions du magnétron.
- 4°/ Cadrage correct de ces deux impulsions.
- 5°/ Réglage convenable de l'électroaimant correcteur.

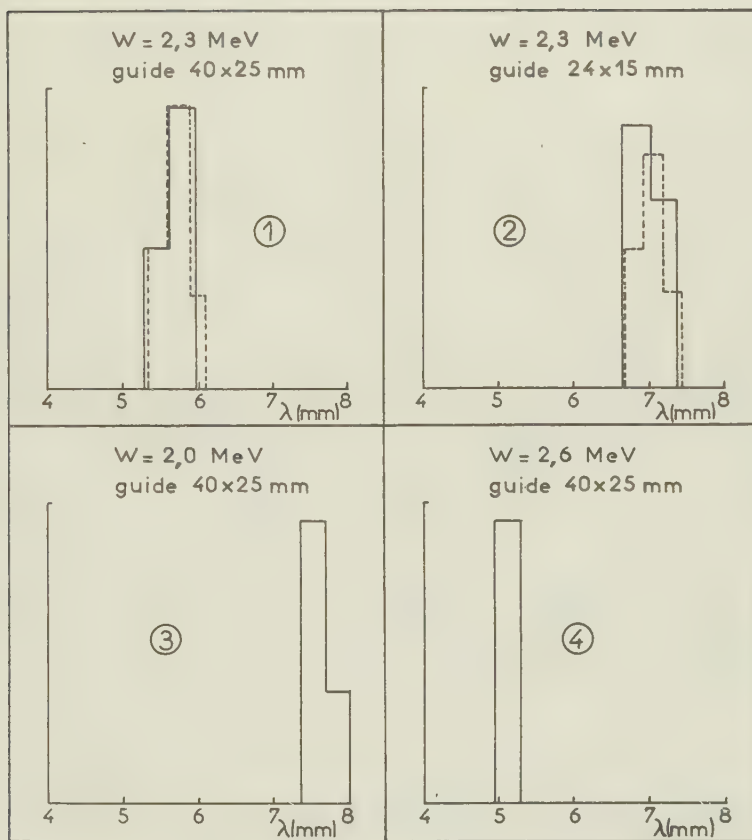
Si l'une quelconque (a fortiori si plusieurs...) de ces cinq conditions n'est pas satisfaite, le signal disparaît.

On pourrait toutefois penser qu'on a affaire à une action plus ou moins mystérieuse des électrons sur le cristal détecteur. Il faudrait d'abord pour cela que des électrons parviennent à ce cristal. Or, trois dispositifs de sécurité s'opposent à cela :

- 1°/ le guide de l'ondulateur lui-même, du fait qu'il n'est pas équipé d'un correcteur à la sortie, recueille normalement, nous l'avons vu, le faisceau dans ses parois.
- 2°/ le piège à électrons capte dans sa dérivation les particules restantes.
- 3°/ le banc millimétrique est généralement pourvu d'une section de guide courbe composée d'un huitième de cercle (courbure vers le haut), d'un quart de cercle (courbure vers le bas) et d'un deuxième huitième de cercle (courbure vers le haut). Cette section laisse passer les ondes, mais arrête les électrons.

On a d'ailleurs effectué des tests en fermant le guide de l'ondulateur par une plaque mince transparente aux électrons de 2,3 MeV, devant laquelle on plaçait un compteur de  $\beta$  très sensible. On a montré ainsi que les électrons ne subsistaient pas dans cette partie de l'appareil en quantité appréciable, et que le piège était tout-à-fait inutile.

Une dernière épreuve a consisté à obturer le guide millimétrique, en amont du cristal, par une fenêtre mince (fer de 0,2 mm d'épaisseur), mobile de l'extérieur, et transparente elle aussi aux électrons de 2,3 MeV. Effectivement le signal disparaît lorsque cette membrane vient barrer le guide.

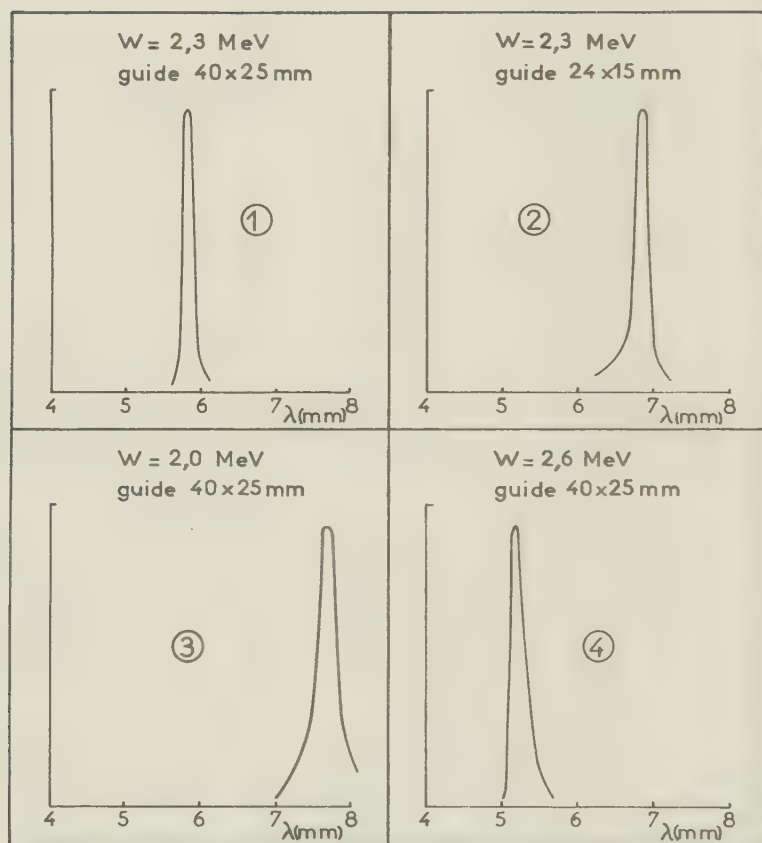


—  $TE_{11}$   
 .....  $TM_{01}$

# SPECTRES DE FREQUENCES ONDULATEUR SINUSOIDAL

$l = 160 \text{ mm}$   $B = 0,0960 \text{ Wb/m}^2$

FIG. 51



SPECTRES DE FREQUENCES  
ONDULATEUR SINUSOIDAL

$l = 160 \text{ mm}$      $B = 0,0960 \text{ Wb/m}^2$

FIG. 52

L'existence du phénomène étant indubitable, nous avons entrepris des mesures de fréquence dans les quatre cas suivants :

|                 |               |       |                   |
|-----------------|---------------|-------|-------------------|
| 1°/ électrons : | $W = 2,3$ MeV | Guide | $40 \times 25$ mm |
| 2°/ - :         | $- = 2,3$ -   | -     | $24 \times 15$ -  |
| 3°/ - :         | $- = 2,0$ -   | -     | $40 \times 25$ -  |
| 4°/ - :         | $- = 2,6$ -   | -     | $40 \times 25$ -  |

cela afin de vérifier, et la théorie du rayonnement de l'ondulateur (1°, 3°, 4°), et la théorie rendant compte de l'influence du guide (1°, 2°).

Les mesures préliminaires, faites avec les filtres, se traduisent par les spectres de la figure 51. On a porté en ordonnée, non pas le signal, mais sa dérivée (en fait, comme on ne dispose que d'une série discontinue de filtres, il s'agit non de dérivées, mais de différences au sens des mathématiciens). Un mot d'explication sur les modes supérieurs : lorsqu'on travaille avec des cylindres de diamètres croissants, il ne passe d'abord (au-dessous de la coupure de  $TE_{11}$ ) aucun signal; puis ce mode  $TE_{11}$  est excité; puis, avec un diamètre plus grand le mode suivant  $TM_{01}$ ; d'où l'existence, sur la courbe représentant le signal en fonction du diamètre du filtre, d'une série d'accidents successifs. Interprétés sans précaution, par seule référence au mode fondamental, ces accidents sembleraient correspondre à des radiations de longueurs d'onde croissante. Tout rentre dans l'ordre si on fait appel au mode  $TM_{01}$ , etc.. (trait pointillé).

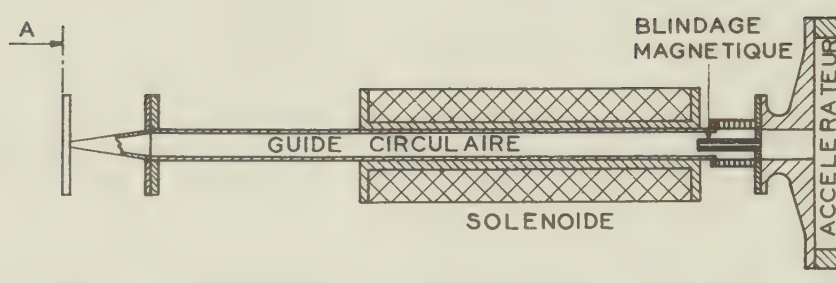
Ces mesures ont été ensuite reprises, avec plus de précision, à l'ondemètre, (courbes de la figure 52). On constate que les spectres sont relativement très étroits, plus étroits même que ne semble l'indiquer la théorie.

Les longueurs d'onde des maxima sont :

| Expérience | Valeurs théoriques | Valeurs expérimentales<br>(ondemètre) |
|------------|--------------------|---------------------------------------|
| n° 1       | 6,16 mm            | 5,80 mm                               |
| 2          | 7,82 -             | 6,82 -                                |
| 3          | 8,10 -             | 7,60 -                                |
| 4          | 4,85 -             | 5,15 -                                |

Le désaccord entre le calcul et la mesure est assez grand. Par contre l'ondemètre et les filtres donnent des résultats concordants, malgré la difficulté des expériences. Aussi, nous préférons incriminer le fonctionnement des monochromateurs, appareils assez grossiers et qui n'ont pu être étalonnés par des méthodes indépendantes. Sur la figure 48, où les points expérimentaux ont été reportés, on constate que les résultats s'interprètent au mieux en admettant pour les trois énergies étudiées les valeurs :

|      |      |      |     |
|------|------|------|-----|
| 2,06 | 2,36 | 2,54 | MeV |
|------|------|------|-----|



ONDULATEUR HELICOIDAL

FIG. 54

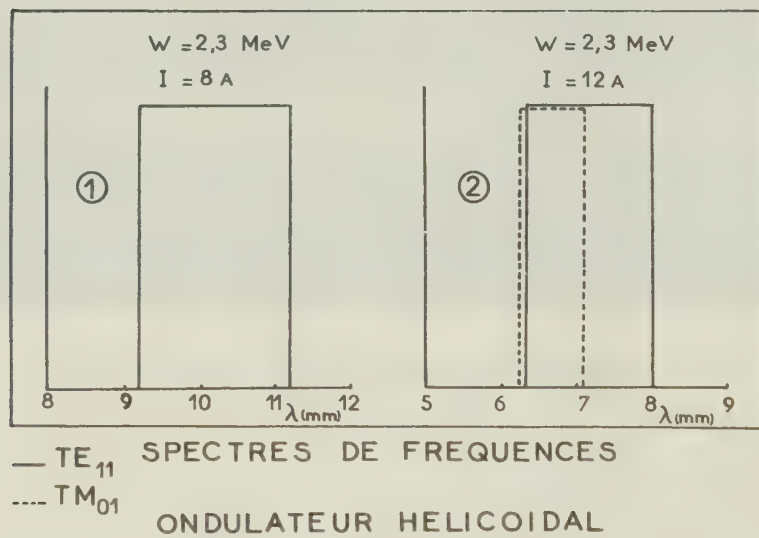


FIG.55

La longueur de la bobine étant seulement 550 mm, soit 1 période, il devait en résulter un étalement excessif du spectre.

A ne considérer que la puissance totale rayonnée  $0,655 \cdot 10^{-26} \text{ J/électron}$ , l'appareil était 45 fois moins puissant que l'ondulateur sinusoïdal. En raison de la loi de variation très rapide de  $W_R$  en fonction de  $B$  (pour  $\lambda$  constant) les deux appareils seraient équivalents si le champ de la bobine était de l'ordre de 3000 oersteds ( $240000 \text{ A/m}$ ). Un point intéressant est que la répartition de l'énergie rayonnée suivant les différents harmoniques est connue (tableau XIV); heureusement la fraction 0,61 de l'énergie totale est rayonnée sur le fondamental.

Pratiquement, un guide circulaire de diamètre intérieur 36 mm et de longueur 78 cm, traversant le solénoïde, et suivi d'une section de transition, tronconique, la reliant au guide millimétrique, a été raccordé à l'accélérateur par l'intermédiaire d'un tube plissé souple en tombac. Cela permettait d'incliner l'axe de la bobine par rapport à celui de l'accélérateur, et de donner ainsi au départ de la trajectoire l'angle initial  $\alpha_0 = 5^\circ$ .

Le collimateur est en acier doux très épais, et pénètre profondément dans la bobine, de sorte que le faisceau est soustrait au champ magnétique jusqu'au moment où il débouche dans une zone de champ uniforme. L'installation est représentée par les figures 53 et 54. Nous n'avons pas étudié l'influence du guide circulaire sur la longueur d'onde rayonnée qui de toutes façons devait être mal définie et peu susceptible de mesures précises.

Le montage de l'ondemètre n'étant pas possible, les mesures de fréquences ont été faites uniquement avec les filtres. Les résultats d'une première expérience faite avec un courant magnétisant égal à 8 A sont donnés par la figure 55. On constate que le spectre est très élargi par rapport à celui de l'ondulateur sinusoïdal. La longueur d'onde centrale, de l'ordre de 11 mm, paraît un peu inférieure à la valeur théorique 12 mm.

Pour la deuxième expérience ( $I = 12 \text{ A}$ ;  $B = 0,15 \text{ Wb/m}^2$  ou 1500 gauss), la longueur d'onde théorique, inversement proportionnelle à  $B$ , est égale à 8 mm (la valeur de  $\alpha_0$  est toujours  $5^\circ$ ). La valeur expérimentale, 7 mm (figure 55) est là encore un peu faible.

En passant de la première à la deuxième expérience, la puissance rayonnée, proportionnelle à  $B^2$ , est multipliée par 2,25. Les observations confirment l'ordre de grandeur de ce facteur.

Toutes ces mesures ont été rendues très délicates par la mauvaise définition du spectre et la valeur trop faible de la puissance.

Par contre, elles nous ont fourni un résultat inattendu d'un grand intérêt : nous avons constaté que, l'accélérateur étant en marche,

mais le solénoïde hors circuit, la production d'ondes millimétriques subsiste. Dans ce cas, le signal est du même ordre de grandeur que le signal supplémentaire qui s'y ajoute lorsque la bobine produit le champ longitudinal. En ce qui concerne les fréquences de ce nouveau signal, nous ne disposons pas de valeur pouvant être retenues.

Il était difficile de voir ce phénomène avec l'ondulateur sinusoïdal, dont l'aimant est permanent, et de plus lourd et difficilement déplaçable. Nous l'avions cependant observé en 1955, dans des circonstances fortuites, mais nous l'avions alors expliqué par le fait que, l'électroaimant correcteur étant en fonctionnement, l'électron conservait dans une certaine mesure une trajectoire accélérée. A la même époque, MOTZ (1) a observé un phénomène analogue. Les explications possibles sont ou bien l'excitation par le faisceau de vibrations du guide se comportant plus ou moins comme une cavité résonante. On mettrait alors en évidence des harmoniques supérieurs. Ou bien la production d'un effet du type TCHERENKOV : il faudrait dans ce cas que des ondes lentes puissent prendre naissance, d'une manière ou d'une autre (influence de l'état de surface du guide ?). Quoi qu'il en soit, il serait utile de reprendre ces expériences.



(1) MOTZ et MALLORY 55.

## CONCLUSION

L'ondulateur nécessitant une installation très complexe, on peut se demander quelles sont les applications possibles. Il est évident d'abord que son utilisation serait surtout intéressante dans un domaine spectral où il ne serait pas en concurrence avec des tubes existants, beaucoup plus simples, c'est-à-dire particulièrement dans la bande 0,1 mm - 5 mm.

Bien que la présence de générateurs d'impulsions ne soit pas une sujétion sérieuse, et qu'il soit parfaitement possible de concevoir un accélérateur construit comme un tube scellé, l'utilisation de l'ondulateur à des fins relevant du Radar et des Télécommunications paraît très problématique. Par contre, il pourrait servir de source de radiations dans un laboratoire étudiant les propriétés des détecteurs, ou celles de la matière (absorption, etc..)

De toutes manières, il est nécessaire d'accroître les puissances. Par rapport à nos expériences on pourrait facilement gagner :

- un facteur 10 (en multipliant par 10 la fréquence de répétition)
- un facteur 10 (en multipliant par 3,16 la valeur de l'induction)
- un facteur 100 (en agissant dans divers domaines : ainsi, améliorer le canon et l'optique électronique ; accroître le "bunching" ; augmenter l'énergie des électrons et la longueur de l'ondulateur).

Cela ferait au total un gain de 10000 qui permettrait (au prix évidemment de dépenses assez lourdes) des résultats intéressants.

Nous avons vu que l'ondulateur sinusoïdal impose nécessairement l'emploi d'aimants de mauvais rendement. Nous avons pensé en étudiant l'ondulateur hélicoïdal, à l'éventualité d'un fonctionnement en impulsions de la bobine : on pourrait admettre des intensités de courant instantanées élevées, et comme on bénéficierait de la croissance rapide de la puissance rayonnée avec le champ, le gain serait considérable bien que les impulsions, devant attaquer un circuit de faible impédance, resteraient sans doute assez longues (1).

Si on pouvait raccorder d'une manière vraiment continue les spectres infra-rouge et ultra-hertzien, en émettant des puissances importantes, il serait sans doute utile de chercher à quel moment l'existence des quanta se fait expérimentalement sentir. Du point de vue théorique, on a commencé d'étudier le problème quantique du mouvement de l'électron dans un champ magnétique (2). Pour ce qui est de nos travaux, il ne semble pas que les résultats de PARZEN permettent d'entrevoir un effet mesurable. Si cela était un jour possible, ce serait une des applications les plus intéressantes de l'ondulateur, sans oublier d'autres utilisations concevables, comme par exemple en Physique nucléaire, la construction de compteurs de particules quelque peu analogues aux compteurs de TCHERENKOV.

(1) Tous les types d'ondulateurs électriques paraissent sans intérêt. Dans les équations  $E$  remplace  $cB$  : à une induction de  $1 \text{ Wb/m}^2$  (10000 gauss) correspond un champ électrique égal à  $3 \cdot 10^8 \text{ V/m}$

(2) PARZEN 51 ; SOKOLOV et TERNOV 55.

## NOTATIONS

On utilise le système d'unités **MKS** rationalisé.  
 Les valeurs des constantes fondamentales sont empruntées à  
 l'article de **E.R.** COHEN, **J.W.M.** du MOND, **T.W.** LAYTON et **J.S.**  
 ROLLETT, Rev.Mod. Phys. 27 (1955) 363

|                  |                                                                 |
|------------------|-----------------------------------------------------------------|
| $a$              | rayon intérieur d'un iris (ch. I)                               |
| $a$              | amplitude de la trajectoire sinusoïdale (ch. III)               |
| $2a_e$           | amplitude la trajectoire elliptique.                            |
| $a_h$            | rayon de la trajectoire hélicoïdale.                            |
| $A$              | une grandeur scalaire (ch. IV)                                  |
| $A_m$            | composante de FOURIER du champ électrique.                      |
| $\vec{A}$        | potentiel-vecteur                                               |
| $\vec{A}_\omega$ | composante de FOURIER du potentiel-vecteur                      |
| $b$              | rayon extérieur d'un iris.                                      |
| $B$              | une constante (ch. I)                                           |
| $B_s$            | composante de champ électrique                                  |
| $B$              | une constante (ch. IV)                                          |
| $\vec{B}$        | induction magnétique                                            |
| $\vec{B}_\omega$ | composante de FOURIER de l'induction magnétique.                |
| $c$              | vitesse de la lumière dans le vide $c = 2,99793 \cdot 10^8$ m/s |
| $cn(u)$          | fonction elliptique $cn$ de JACOBI                              |
| $C$              | une constante réelle (ch. I) (10) page 5).                      |
| $C$              | une constante complexe (ch. III. page 57)                       |
| $C$              | une constante réelle (ch. III. page 75).                        |
| $C_{N,n}$        | facteur de cohérence                                            |
| $d$              | épaisseur "d'air" d'un guide chargé                             |
| $d$              | une distance (ch. IV)                                           |
| $dn(u)$          | fonction elliptique $dn$ de JACOBI.                             |
| $D$              | "pas" du guide chargé                                           |
| $D_s$            | composante de champ électrique                                  |
| $\vec{D}$        | vecteur $\vec{PM}$                                              |
| $\vec{D}_0$      | vecteur unitaire sur $\vec{D}$                                  |

|                  |                                                                                                                              |
|------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\mathcal{D}$    | dispersion d'un guide (ch. I, formule 25)                                                                                    |
| $e$              | base des logarithmes népériens : $e = 2,71828$                                                                               |
| $e$              | charge (arithmétique) de l'électron : $e = 1,6021 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;<br>$e/m_0 = 1,7589 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$ |
| $E(k)$           | intégrale elliptique complète de 2ème espèce.                                                                                |
| $E_0$            | amplitude de champ électrique.                                                                                               |
| $\vec{E}$        | champ électrique.                                                                                                            |
| $\vec{E}_\omega$ | composante de FOURIER du champ électrique.                                                                                   |
| $\vec{E}_v$      | champ électrique de vitesse.                                                                                                 |
| $\vec{E}_a$      | champ électrique d'accélération.                                                                                             |
| $f$              | une fonction (ch. I (17)).                                                                                                   |
| $f(x)$           | une fonction (ch. III)(70).                                                                                                  |
| $f(\theta)$      | fonction de distribution angulaire                                                                                           |
| $f_n(\theta)$    | fonction de distribution angulaire (nième harmonique).                                                                       |
| $f(\omega)$      | fonction de distribution en fréquence (effet TCHERENKOV).                                                                    |
| $F(k, u)$        | intégrale elliptique incomplète de 1ère espèce.                                                                              |
| $F_0$            | fonction de $kr$ (ch. I formule 8).                                                                                          |
| $F_1$            | fonction de $kr$ (ch. I formule 8).                                                                                          |
| $F'_1$           | quantité définie par la formule 30 (ch. I).                                                                                  |
| $F_{11}$         | quantité définie par la formule 31 (ch. I).                                                                                  |
| $\vec{F}$        | force                                                                                                                        |
| $h$              | constante de PLANCK : $h = 6,62517 \cdot 10^{-34} \text{ J.sec}$                                                             |
| $h$              | indice caractérisant l'ondulateur hélicoïdal.                                                                                |
| $H$              | un point (ch. IV)                                                                                                            |
| $\vec{H}$        | champ magnétique                                                                                                             |
| $\vec{H}_v$      | champ magnétique de vitesse.                                                                                                 |
| $\vec{H}_a$      | champ magnétique d'accélération                                                                                              |
| $i$              | $i^2 = -1$                                                                                                                   |
| $i$              | indice entier                                                                                                                |
| $\vec{i}$        | vecteur unitaire sur $\vec{Ox}$ .                                                                                            |
| $I$              | courant instantané de l'accélérateur                                                                                         |
| $I_1, I_2$       | deux intégrales (ch. IV page 112)                                                                                            |
| $I_1, I_2, I_3$  | trois intégrales (ch. IV page 124)                                                                                           |
| $I_4, I_5, I_6$  | trois intégrales (ch. IV page 125)                                                                                           |
| $I_n$            | une intégrale (ch. IV page 130)                                                                                              |
| $j$              | indice entier                                                                                                                |
| $\vec{j}$        | vecteur densité de courant                                                                                                   |
| $\vec{j}_\omega$ | composante de FOURIER de la densité de courant.                                                                              |

|               |                                                                                               |
|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| $J_n(u)$      | fonction de BESSEL, de 1ere espèce, d'ordre $n$ .                                             |
| $k$           | défini par $k = 2\pi/\lambda_0$                                                               |
| $k_1$         | défini par $k = 2\pi/\lambda_{01}$                                                            |
| $k_2$         | défini par $k = 2\pi/\lambda_{02}$                                                            |
| $k$           | paramètre des fonctions et des intégrales elliptiques                                         |
| $k'$          | paramètre défini par $k'^2 = 1 - k^2$                                                         |
| $k$           | un paramètre (ch. IV page 125)                                                                |
| $K(k)$        | intégrale elliptique complète de 1ere espèce.                                                 |
| $l$           | pas d'un aimant à pôles alternés.                                                             |
| $l_h$         | pas d'une hélice                                                                              |
| $\log x$      | logarithme népérien.                                                                          |
| $\log_{10} x$ | logarithme décimal.                                                                           |
| $L$           | longueur d'un appareil ou d'un guide.                                                         |
| $m$           | masse en mouvement de l'électron                                                              |
| $m_0$         | masse au repos de l'électron : $m_0 = 9,1085 \cdot 10^{-31}$ kg                               |
| $m$           | indice entier                                                                                 |
| $m$           | degré de charge d'un guide : $m = P_f/P_d$                                                    |
| $M$           | point d'observation                                                                           |
| $n$           | indice entier (désigne notamment le rang d'un harmonique)                                     |
| $n_r$         | indice de réfraction d'un milieu.                                                             |
| $\vec{n}$     | vecteur unitaire (défini par les angles polaires $\theta$ et $\varphi$ )                      |
| $N$           | nombre d'électrons                                                                            |
| $N_1$         | nombre d'électrons (occupant un intervalle de phase égal à $2\pi$ )                           |
| $N_2$         | nombre d'électrons (par paquet)                                                               |
| $\vec{N}$     | vecteur de POYNTING.                                                                          |
| $O$           | origine des coordonnées (système $S$ )                                                        |
| $O'$          | origine des coordonnées (système $S'$ )                                                       |
| $p$           | indice entier (ch. I)                                                                         |
| $p$           | indice quelconque (ch. IV)                                                                    |
| $\vec{p}$     | vecteur impulsion de l'électron.                                                              |
| $P$           | point "potentiant"                                                                            |
| $P_0$         | puissance moyenne alimentant un guide                                                         |
| $P_t$         | puissance moyenne transmise par un guide                                                      |
| $P_d$         | puissance moyenne dissipée par un guide (par unité de longueur)                               |
| $P_c$         | puissance moyenne dissipée par un guide (par corrugation)                                     |
| $P_1$         | puissance moyenne dissipée par un guide (par corrugation : faces<br>cylindriques intérieures) |
| $P_2$         | puissance moyenne dissipée par un guide ( " " " extérieures)                                  |

|                             |                                                                                            |
|-----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| $P_3$                       | puissance moyenne dissipée par un guide (par corrugation : faces planes)                   |
| $P_f$                       | puissance moyenne cédée au faisceau (par unité de longueur)                                |
| $P_R$                       | puissance moyenne rayonnée par un électron (totale)                                        |
| $P_n$                       | puissance moyenne rayonnée par un électron (sur le $n^{\text{ième}}$ harmonique)           |
| $P(\theta, \varphi) dS/R^2$ | puissance moyenne rayonnée par un électron (dans l'angle solide $dS/R^2$ )                 |
| $P_R$                       | puissance instantanée rayonnée par un électron (totale)                                    |
| $P(\theta, \varphi) dS/R^2$ | puissance instantanée rayonnée par un électron (dans l'angle solide $dS/R^2$ )             |
| $q$                         | charge électrique (algébrique)                                                             |
| $q$                         | un paramètre (ch. III) (61).                                                               |
| $r, \varphi, x$             | coordonnées cylindriques                                                                   |
| $\vec{R}$                   | vecteur $\vec{OR}$                                                                         |
| $R, \theta, \varphi$        | coordonnées sphériques                                                                     |
| $\Re [y]$                   | partie réelle de $y$                                                                       |
| $s$                         | indice entier                                                                              |
| $sn(u)$                     | fonction elliptique $sn$ de JACOBI                                                         |
| $(S)$                       | système de coordonnées fixe                                                                |
| $(S')$                      | - - - - - mobile                                                                           |
| $(S_e)$                     | - - - - - lié à l'électron                                                                 |
| $dS$                        | élément de surface                                                                         |
| $d\vec{S}$                  | vecteur $\vec{n}dS$ ou $\vec{i}dS$ .                                                       |
| $t$                         | temps                                                                                      |
| $t_r$                       | temps retardé $t_r = t - D/c \simeq t - R/c$                                               |
| $T_0$                       | période d'un mouvement (mesurée dans le système $S$ )                                      |
| $T$                         | période d'une onde (mesurée dans le système $S$ )                                          |
| $T'$                        | période d'une onde (mesurée dans le système $S'$ )                                         |
| $T$                         | température thermodynamique                                                                |
| $u$                         | une variable (ch. I) page 11).                                                             |
| $u$                         | une variable (ch. III page 67).                                                            |
| $u$                         | une variable définie par $u = (a\omega/c) \sin \theta$ ou $u = n_r(a\omega/c) \sin \theta$ |
| $U$                         | une fonction scalaire (ch. IV page 78).                                                    |
| $U_{\beta_0}(x)$            | une fonction scalaire (ch. I) (3).                                                         |
| $U_{\pi}^{\beta_0}$         | une constante (ch. I) (4).                                                                 |
| $v$                         | une variable (ch. I) (page 11).                                                            |
| $\vec{v}$                   | vitesse de l'électron                                                                      |

|                             |                                                                     |
|-----------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| $\vec{v}$                   | accélération de l'électron                                          |
| $v_t$                       | composante transversale de la vitesse                               |
| $v_l$                       | composante longitudinale de la vitesse                              |
| $\bar{v}$                   | - - - - - moyenne de la vitesse                                     |
| $v_\varphi$                 | vitesse de phase d'une onde                                         |
| $v_g$                       | vitesse de groupe d'une onde                                        |
| $V$                         | potentiel électrostatique                                           |
| $w$                         | une variable (ch. III) (60).                                        |
| $W$                         | énergie cinétique de l'électron                                     |
| $W_0$                       | énergie au repos de l'électron $W_0 = m_0 c^2 = 510984 \text{ eV}$  |
| $W_t$                       | énergie totale de l'électron $W_t = W_0 + W$                        |
| $W_R$                       | énergie rayonnée par un électron (totale)                           |
| $W_n$                       | - - - - - (sur le $n^{\text{ième}}$ harmonique)                     |
| $W(\theta, \varphi) dS/R^2$ | - - - - - (dans l'angle solide $dS/R^2$ )                           |
| $W$                         | énergie d'un photon : $W = h\nu$                                    |
| $x, y, z$                   | coordonnées rectangulaires (système $S$ )                           |
| $x', y', z'$                | coordonnées rectangulaires (système $S'$ )                          |
| $x_{op}$                    | origine de la $p^{\text{ième}}$ corrugation (figure 2)              |
| $x_p$                       | défini par $x_p = x - (x_{op} + \frac{d}{2})$                       |
| $x(=\chi_0 a)$              | une variable (ch. I, page 24).                                      |
| $x$                         | une variable (ch. IV)                                               |
| $\vec{X}_\omega$            | une composante de champ électrique (ch. IV)                         |
| $y$                         | une fonction (ch. I, page 24).                                      |
| $Y_0, Y_1$                  | fonctions de BESSEL 2 <sup>ème</sup> espèce, d'ordres 0 et 1        |
| $\vec{Y}_\omega$            | une composante de champ électrique (ch. IV)                         |
| $z'$                        | dérivée $\frac{dz}{dx}$                                             |
| $Z$                         | impédance d'onde (ch. I (55)).                                      |
| $Z_0$                       | impédance du vide : $Z_0 = 376,73 \Omega = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ |

|            |                                                                                                    |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\alpha$   | coefficient de dilatation linéaire                                                                 |
| $\alpha_l$ | paramètre défini par $\alpha_l = \left[ 1 - \left( \frac{v_l}{c} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$ |
| $\alpha_0$ | angle initial (trajectoire hélicoïdale)                                                            |
| $\alpha$   | un angle (ch. III) (69).                                                                           |
| $\beta_0$  | défini par $\beta_0 = 2\pi/\lambda_g$                                                              |
| $\beta_m$  | définie par $\beta_m = \beta_0 + 2\pi m/D$ constante de propagation suivant $\vec{Ox}$             |

|                 |                                                                                                                              |
|-----------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\beta$         | rapport $v/c$ pour l'électron                                                                                                |
| $\beta_t$       | - $v_t/c$ - -                                                                                                                |
| $\beta_l$       | - $v_l/c$ - -                                                                                                                |
| $\bar{\beta}$   | - $\bar{v}/c$ - -                                                                                                            |
| $\beta_w$       | rapport $\frac{v\varphi}{c}$ pour une onde                                                                                   |
| $\bar{\beta}_w$ | valeur moyenne de $\beta_w$                                                                                                  |
| $\gamma_s$      | constante de propagation (ch. I) (16).                                                                                       |
| $\gamma$        | paramètre défini par $\gamma = 2\pi/l$                                                                                       |
| $\Gamma$        | coefficient d'atténuation                                                                                                    |
| $\Gamma_{ab}$   | - - (exprimé en décibels)                                                                                                    |
| $\delta(x)$     | fonction (ou distribution) de DIRAC                                                                                          |
| $\epsilon_0$    | constante diélectrique du vide : $\epsilon_0 = 8,8541 \cdot 10^{-12}$                                                        |
| $\epsilon$      | - - d'un milieu quelconque                                                                                                   |
| $\epsilon_r$    | relative : $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$                                                                                |
| $\eta$          | paramètre (ch. I) : $\eta = \sqrt{\pi\mu v/\sigma}$                                                                          |
| $\eta$          | paramètre (ch. IV) : $\eta = (1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{D}_0}{c})^{-1} \simeq (1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{c})^{-1}$ |
| $\theta$        | température en °C (ch. I)                                                                                                    |
| $\theta$        | un angle (ch. III) (46) .                                                                                                    |
| $\theta$        | angle polaire (système $S$ )                                                                                                 |
| $\theta_e$      | angle polaire (système $S_e$ )                                                                                               |
| $\theta_M$      | angle de MACH                                                                                                                |
| $\Theta$        | angle $(\vec{v}, \vec{v})$                                                                                                   |
| $\lambda_0$     | longueur d'onde dans le vide (ch. I)                                                                                         |
| $\lambda_{01}$  | - - de coupure inférieure (Ch. I)                                                                                            |
| $\lambda_{02}$  | - - - - supérieure (Ch. I)                                                                                                   |
| $\lambda_g$     | - - guidée ; $\lambda_c$ , longueur d'onde de coupure (Ch. V)                                                                |
| $\lambda$       | - - (système $S$ )                                                                                                           |
| $\lambda'$      | - - (système $S'$ )                                                                                                          |
| $\mu_0$         | perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} = 1,25664 \cdot 10^{-6}$                                       |
| $\mu$           | - - d'un milieu quelconque                                                                                                   |
| $\mu_r$         | relative $\mu_r = \mu/\mu_0$                                                                                                 |
| $\nu_0$         | fréquence d'un mouvement (mesurée dans le système $S$ )                                                                      |
| $\nu$           | - d'une onde ( - - - $S$ )                                                                                                   |
| $\nu'$          | - - - ( - - - $S'$ )                                                                                                         |
| $\nu_s$         | fréquence d'une onde émise par une source                                                                                    |
| $\nu_{ob}$      | - - - mesurée par un observateur                                                                                             |
| $\nu$           | - associée à un photon                                                                                                       |
| $\pi$           | = 3,14159                                                                                                                    |
| $\rho$          | un rayon de courbure (ch. III)                                                                                               |

|                          |                                                                                                                                     |
|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\rho$                   | densité de charge électrique                                                                                                        |
| $\sigma$                 | conductivité électrique                                                                                                             |
| $\Sigma$                 | symbole de sommation                                                                                                                |
| $d\tau$                  | élément de volume                                                                                                                   |
| $\varphi$                | coordonnée polaire (système $S$ )                                                                                                   |
| $\varphi_e$              | - - - ( - $S_e$ )                                                                                                                   |
| $\varphi_0$              | une constante (ch. III)                                                                                                             |
| $\Phi$                   | phase                                                                                                                               |
| $\Phi_e$                 | avance de phase de l'électron                                                                                                       |
| $\Phi_0$                 | valeur particulière de $\Phi_e$                                                                                                     |
| $\Phi_a$                 | quantité définie au ch. I (28) .                                                                                                    |
| $\Phi_b$                 | quantité définie au ch. I (29) .                                                                                                    |
| $\chi_0$                 | constante radiale de propagation définie par $\beta_0^2 + \chi_0^2 = k^2$                                                           |
| $\chi_m$                 | constante radiale de propagation définie par $\beta_m^2 + \chi_m^2 = k^2$                                                           |
| $\psi$                   | défini par $\psi = \omega_0 t$                                                                                                      |
| $\psi_0$                 | défini par $\psi_0 = \omega_0 L / 2v_l$                                                                                             |
| $\omega_0$               | pulsation d'un mouvement (mesurée dans le système $S$ )                                                                             |
| $\omega$                 | pulsation d'une onde (mesurée dans le système $S$ )                                                                                 |
| $\omega'$                | pulsation d'une onde (mesurée dans le système $S'$ )                                                                                |
| $\Omega$                 | paramètre défini par $\Omega = \frac{\omega_0}{1 - \beta_l \cos \theta}$ ou $\Omega = \frac{\omega_0}{1 - n_r \beta_l \cos \theta}$ |
| $\delta y$               | différentielle de $y$ (pages 12 et suivantes).                                                                                      |
| $\bar{y}$                | valeur moyenne de $y$ .                                                                                                             |
| $y^*$                    | grandeur complexe conjuguée de $y$ .                                                                                                |
| $[y]$                    | valeur de $y$ prise au temps retardé .                                                                                              |
| $\dot{y}, \vec{A}$       | dérivées totales par rapport au temps.                                                                                              |
| $\vec{A} \cdot \vec{B}$  | produit scalaire.                                                                                                                   |
| $\vec{A} \times \vec{B}$ | produit vectoriel.                                                                                                                  |

Dans la représentation complexe habituelle des grandeurs physiques, le facteur de dépendance par rapport au temps est pris égal à  $e^{i\omega t}$



## B I B L I O G R A P H I E.

## A. Livres.

- Les Accélérateurs de particules*, Etudes et mises au point (sous la présidence de L. de BROGLIE) 324 pages. figures. La Revue d'Optique, Paris, 1950.
- R. BECKER L 38 : *Théorie des électrons*, 441 pages, 86 figures, Alcan, Paris, 1938, traduit par E. LABIN sur la 6ème édition allemande).
- P.G. BERGMANN L 42 : *Introduction to the Theory of Relativity*, 287 pages; Prentice-Hall, New-York, 1942.
- H. BOUASSE L 25 *Ondes Hertziennes* 346 pages, 184 figures, Delagrave, Paris, 1925.
- L. BRILLOUIN et M. PARODI : L 56 *Propagation des ondes dans les milieux périodiques*, 347 pages, 185 figures, Masson-Dunod, Paris, 1956.
- L. de. BROGLIE L 41. *Problèmes de propagations guidées des ondes électromagnétiques*. 114 pages, 14 figures, Gauthier Villars, Paris, 1941.
- W. GORDY, W.V. SMITH, et R.F. TRAMBARULO : L 53 *Microwave Spectroscopy*, 446 pages. John Wiley and Sons. New-York 1953.
- H. HERTZ L 00 *Electric Waves* trad. par D.E. JONES, 279 pages, 40 figures, Mc Millan, Londres, 1900.
- D. IVANENKO et A. SOKOLOV : L 53 *Klassische Feldtheorie*, 347 pages ; Akademik - Verlag, Berlin, 1953.
- E. JAHNKE et F. EMDE : L 45 *Tables of functions*, 4th edition, Dover Publications, New-York, 1945.
- L. LANDAU et E. LIFSHITZ : L 51 *The Classical Theory of Fields*, (traduit par M. HAMERMESH) Addison - Wesley, Cambridge, U.S.A., 1951 ; 354 pages.
- W. MAGNUS et F. OBERHETTINGER : L 54 *Formulas and Theorems for the Functions of Mathematical Physics*, Chelsea Publishing Company. New-York, 1954, 172 pages.
- C. MØLLER : L 52 *The Theory of Relativity*, 386 pages, The Clarendon Press Oxford, 1952.
- L. PAGE et N.I. ADAMS : L 40 *Electrodynamics*, 506 pages, Van Nostrand, New-York, 1940.
- W.K.H. PANOFSKY et M. PHILLIPS : L 55 *Classical Electricity and Magnetism*, 400 pages, figures ; Addison-Wesley, Cambridge, Mass. 1955.

- G. PETIAU : L 55 *La Théorie des fonctions de Bessel*, exposé en vue de ses applications à la Physique Mathématique, 477 pages, édité par le **CNRS**, Paris, 1955.
- J.R. PIERCE : L 50 *Traveling - Wave Tubes*. 260 pages, figures Van Nostrand New-York, 1950
- A. RIGHI : L 97 *L'Ottica delle Oscillazioni elettriche* 254 pages 38 figures Zanichelli, Bologna, 1897.
- L.I. SCHIFF : L 49 *Quantum Mechanics*, 404 pages, 30 figures ; 1ère édition Mc. Graw Hill Book Cy, New-York, 1949.
- G.A. SCHOTT : L 12 *Electromagnetic Radiation*, 330 pages, 51 figures : Cambridge University Press, 1912.
- J.C. SLATER : L 50 *Microwave Electronics*, 406 pages, 91 figures.
- A. SOMMERFELD : L 52 Lectures ou Theoretical Physics III, *Electrodynamics* (traduit par E.G. RAMBERG), 371 pages, Academic Press, New-York, 1952.
- M. STANLEY LIVINGSTON : L 54 *High Energy Accelerators*, 157 pages, figures ; Interscience Publishers, New-York, 1954.
- J.A. STRATTON : L 41 *Electromagnetic Theory*, 1st edition 615 pages, Mc Graw Hill Book Cy, New-York, 1941.
- J.L. SYNGE : L 56 *Relativity : The special Theory*, 450 pages, figures. North - Holland Publishing Company, Amsterdam, 1956.

## B. Articles

**PREMIERE PARTIE****GUIDES D'ONDES - ACCELERATEURS LINEAIRES**

- E.S. AKELEY 46 : J. Appl. Phys. 17 (1946) 1056
- W.D. ALLEN et J.L. SYMONDS 47 : Proc.Phys. Soc. 59 (1947) 622
- A. BAÑOS, D.S. SAXON, et H. GRUEN 51 : J. Appl. Phys 22 (1951) 117
- C.F. BAREFORD et M.G. KELLIHER 54 : Rev. tech. Philips 15 (1954) 173
- J.W. BEAMS et L.B. SNODDY 33 : Phys. Rev. 44 (1933) 784
- J.W. BEAMS et H. TROTTER 34 : Phys. Rev. 45 (1934) 849
- G.E. BECKER et D.A. CASWELL 51 : Rev. sci. Inst. 22 (1951) 383
- G.E. BECKER et D.A. CASWELL 51 a : Rev. sci. Inst. 22 (1951) 402
- J.S. BELL 54 : Atom. Est. Mem **T/M** 114
- J.P. BLEWETT 52 : Phys. Rev. 88 (1952) 1197
- E.G. BOWEN, O.O. PULLEY, J.S. GOODEN 46, Nature 157 (1946) 840
- L. BRILLOUIN 48 : J. Appl. Phys. 19 (1948) 1023
- L. BRILLOUIN 48 a : Phys. Rev. 74 (1948) 90
- G.G. BRUCK et E.R. WICHER 47 : J. Appl. Phys. 18 (1947) 766
- D. CAPLAN et E.S. AKELEY 52 : J. Appl. Phys. 23 (1952) 774
- W. CHAHID 56 : C.R.A.S. Paris 242 (1956) 244
- G.F. CHEW et B.J. MOYER 50 : Am. J. Phys. 18 (1950) 125
- T.R. CHIPPENDALE et M.G. KELLIHER 54 : Discovery, oct. 1954, 397
- M. CHODOROW, E.L. GINZTON, I.R. NEILSEN, S. SONKIN : 53 : P.I.R.E. (1953) 1584
- M. CHODOROW, E.L. GINZTON, W.W. HANSEN, R.L. KYHL, R.B. NEAL, W.K.H. PANOFSKY 55 : Rev. sci. Inst. 26 (1955) 134
- E.L. CHU 51 : Stanford Univ. Microw. Lab. Rep. n° 140
- E.L. CHU et W.W. HANSEN 47 : J. Appl. Phys. 18 (1947) 996
- E.L. CHU et W.W. HANSEN 49 : J. Appl. Phys. 20 (1949) 280

- C.E. CLEETON et N.H. WILLIAMS 34 : Phys. Rev. 45 (1934) 234  
 A.M. CLOGSTON et H. HEFFNER 54 : J. Appl. Phys. 25 (1954) 436  
 J. COCKROFT et T.G. PICKAVANCE 55 : Endeavour 14 (1955) 61  
 J. COCKROFT, J.C. DUCKWORTH, A.W. MERRISON 49 : Nature 163 (1949) 869  
 R. COMBE 52 : Rapp. **C.N.E.T.** n° 1169  
 R. COMBE 54 : **C.R.A.S.** Paris, 238 (1954) 1697  
 R. COMBE 54a : **C.R.A.S.** Paris, 238 (1954) 2063  
 R. COMBE et M. FEIX 54 : Rapp. **CNET** n° 1177  
 M.C. CROWLEY - MILLING 54 : J. Sci. Inst. 31 (1954) 100  
 A.B. CULLEN et J.H. CREIG 48 : J. Appl. Phys. 19 (1948) 47  
 C.C. CUTLER 44 : Bell Teleph. Lab. **CRB** 45593  
 P.T. DEMOS, A.F. KIP ; J.C. SLATER 52 : J. Appl. Phys. 23 (1952) 53  
 H. DERFLER 55 : Z. Angew. Math. Phys. 6 (1955) 190  
 M. ELIE 54 : Note **C.N.E.T.** n° 1171  
 B.T. FELD 51 : Nucleonics 9 (1951) 51  
 S. FRANKEL 47 : J. Appl. Phys. 18 (1947) 650  
 D.W. FRY 52 : Rev. Tech. Philips 14 (1952 -3) 225  
 D.W. FRY et W. WALKINSHAW 48 : Rep. Prog. Phys. XII (1948-9) 102  
 D.W. FRY, SHERSBY - HARVIE, L.B. MULLETT, W. WALKINSHAW 47 : Nature 160  
 (1947) 351  
 D.W. FRY, SHERSBY - HARVIE, L.B. MULLETT, W. WALKINSHAW 48 : Nature 162  
 (1948) 859  
 C.C. GROSJEAN 55 : Nuovo Cimento I (1955) 174  
 C.C. GROSJEAN 55a: Nuovo Cimento I (1955) 427  
 C.C. GROSJEAN 55b: Nuovo Cimento I (1955) 439  
 C.C. GROSJEAN 55c: Nuovo Cimento I (1955) 1264  
 C.C. GROSJEAN 55d: Nuovo Cimento II (1955) 11  
 C.C. GROSJEAN et V.J. VANHUYSE 55 : Nuovo Cimento I (1955) 193  
 E.L. GINZTON, W.W. HANSEN, W.R. KENNEDY 48 : Rev. Sci. Inst. 19 (1948) 89  
 M.L. GOOD 53 : Phys. Rev. 92 (1953) 538  
 G. GOUDET 50 : L'onde élec . (1950) 178  
 GRAFFUNDER 49 : Helv. Phys. Acta 22 (1949) 233  
 P. GRIVET 54 : Ann. Radio, janv 1954, 37  
 P. GRIVET et J. VASTEL 51, **C.R.A.S.** Paris, 232 (1951) 809  
 G.L. HALL et P. PARZEN 53, **P.I.R.E.** 41 (1953) 1769  
 W.W. HANSEN 39 : J. Appl. Phys. 10 (1939) 38  
 F.L. HEREFORD 47 : J. Appl. Phys. 18 (1947) 956  
 M. HOYAUX 50 : Acad. Roy. Bel. Bull. Class. Sci. 36 (1950) 148

- M. HOYAUX 51 : Atomics. London, Avril 1951
- M. HOYAUX 52 : Rev. Sci. Inst. 23 (1952) 173
- M. HOYAUX A : Dynamics of Linear Accelerator, **N.R.L.** Charleroi
- M. HOYAUX B : Dynamique de l'accélérateur linéaire, **N.R.L.** Charleroi
- G. ISING 24 : Arkiv. Mat. Astron. Fysik 18 (1924-5), 1
- I. JACOBS et E.S. AKELEY 54 : J. Appl. Phys. 25 (1954) 572
- E.T. JAYNES 52 : J. Appl. Phys. 23 (1952) 1077
- K. JOHNSEN 51 : Proc. Phys. Soc. B 64 (1951) 1062
- T. KAHAN 50 : in : Les Accélérateurs de Particules, (Rev. D'Optique,) 1950, 251
- W.R. KENNEDY 48 : Thèse, Stanford Univ. 1948
- J.A. KOSTRIZA 53 : Elec. Commun. 30 (1953) 155
- P. LAPOSTOLLE 50 : in : Les Accélérateurs de Particules, (Rev. d'Optique) 1950, 127
- E.J. LAWTON et W.C. HAHN 48 : J. Appl. Phys. 13 (1948) 642
- L.C. MAIER et J.C. SLATER 52 : J. Appl. Phys. 23 (1952) 68
- L.C. MAIER et J.C. SLATER 52a: J. Appl. Phys. 23 (1952) 78
- E.M. Mc MILLAN 50 : Phys. Rev. 80 (1950) 493
- B.L. MILLER 52 : Rev. Sci. Inst 23 (1952) 401
- C.W. MILLER 53 : Nature, 14 fev. 1953, 297
- C.W. MILLER 54 : **P.I.E.E.** Part I, 101 (1954) 207
- C.W. MILLER et P.H. FLANDERS 53 : M.V. Gazette 25 (1953) 119
- J. MULLER 53 : Z. H.F. Tech. und E.A. 54 (1953) 157
- L.B. MULLETT et B.G. LOACH 48 : Proc. Phys. Soc. 61 part 3 (1948) 271
- R.B. NEAL 53 : Phys. Rev. 92 (1953) 541
- R.B. NEAL 53a: Stanford Univ. Microw. Lab. Rep. n° 185
- G.R. NEWBERY : Brit. J. Radiology.
- J.C. NYGARD, M.G. KELLIHER et L.S. SKAGGS 55 : IRE Conv. Rec. 9 (1955) 108
- A.A. OLLNER 48 : J. Appl. Phys. 19 (1948) 109
- M. PAPOULAR 54 : **C.R.A.S.** Paris 238 (1954) 789
- M. PAPOULAR 54a: **C.R.A.S.** Paris 238 (1954) 1115
- M. PAPOULAR 55 : Thèse Sci. Phys. Paris, 1955.
- L. PINCHERLE 44 : Phys. Rev. 66 (1944) 118
- R.F. POST 50 : Doct. Thes. Stanford (1950)
- R.F. POST et L.I. SCHIFF 51 : Phys. Rev. 81 (1951) 655
- R.F. POST et N.S. SHIREN 55 : Rev. Sci. Inst. 26 (1955) 205
- J. POTTIER 55 : Nuovo Cimento I (1955) 949
- J. ROTBLAT 55 : Nature 175 (1955) 745

- A. SARAZIN 53 : Thèse. Sci. Phys. Paris, 1953  
 G. SAXON 54 : Proc. Phys. Soc. 67 B (1954) 705  
 L.I. SCHIFF 46 : Rev. Sci. Inst. 17 (1946) 6  
 H.L. SCHULTZ et al : 47 : Phys. Rev. 72 (1947) 346  
 H.L. SCHULTZ et W.G. WADEY 51 : Rev. Sci. Inst. 22 (1951) 383  
 SERBER 48 : Phys. Rev. 73 (1948) 535  
 R.B.R. SHERSBY - HARVIE 48 : Proc. Phys. Soc. 61 part 3 (1948) 255  
 R.B.R. SHERSBY - HARVIE 48a: Nature 162 (1948) 890  
 R.B.R. SHERSBY - HARVIE et L.B. MULLETT 49 : Proc. Phys. Soc. 62 (1949) 270  
 L.S. SKAGGS, J.C. NYGARD ; L.H. LANZL 55 : Radiology 64 (1955) 117  
 J.C. SLATER 46 : Phys. Rev. 70 (1946) 799  
 J.C. SLATER 47 : M.I.T. Res. Lab. Electronics, rappt n° 47  
 J.C. SLATER 47a: M.I.T. Res. Lab. Electronics, rappt n° 48  
 J.C. SLATER 48 : Rev. Mod. Phys. 20 (1948) 473  
 J.C. SLATER 52 : Ann. Rev. Nucl. Sci. 1 (1952) 199  
 D.H. SLOAN 46 : U.S. Patent n° 2398 162, 9 avril 1946  
 D.H. SLOAN et E.O. LAWRENCE 31 : Phys. Rev. 38 (1931) 2021  
 J. SWIHART et E. AKELEY 53 : J. Appl. Phys. 24 (1953) 640  
 L.C. TENG 54 : Rev. Sci. Inst. 25 (1954) 264  
 J.R. TERRALL 50 : Phys. Rev. 77 (1950) 415  
 J.R. TERRALL et J.C. SLATER 52 : J. Appl. Phys. 23 (1952) 66  
 V.J. VANHUYSE 55 : Nuovo Cimento I (1955) 447  
 V.J. VANHUYSE 55a: Physica 21 (1955) 269  
 V.J. VANHUYSE 55b: Physica 21 (1955) 603  
 V.J. VANHUYSE 55b: Physica 21 (1955) 829  
 J. VASTEL 52 : Ann. Radio VI (1952) 20  
 W. WALKINSHAW 48 : Proc. Phys. Soc. 61 Part. 3 (1948) 246  
 W. WALKINSHAW 49 : J. Appl. Phys. 20 (1949) 634  
 W. WALKINSHAW et J.S. BELL 51 : AERE Rep. (Harwell) G/R 675  
 W. WALKINSHAW et J.S. BELL 52 : AERE Rep. (Harwell) T/R 864  
 R. WIDEROE 28 : Archiv. Elektr. 21 (1928) 387

## DEUXIEME PARTIE

## ONDES MILLIMETRIQUES. RAYONNEMENT DE L'ELECTRON

## EFFETS DOPPLER ET TCHERENKOV.

- M ABELE 52 : Nuovo Cimento suppl. IX n° 3 (1952) 207
- M. ABRAHAM 03 : Ann. Phys. 10 (1903) 105
- M. ABRAHAM 04 : Ann. Phys. 14 (1904) 236
- H. ANDERS 51 : Z. Phys. 129 (1951) 45
- G. BECK 48 : Phys. Rev. 74 (1948) 795
- R. BERINGER 46 : Phys. Rev. 70 (1946) 53
- J.P. BLEWETT 46 : Phys. Rev. 69 (1946) 87
- C.A. BURRUS et W. GORDY 54 : Phys. Rev. 93 (1954) 897
- N. CARRARA 55 : Nuovo Cimento suppl. n° 3 (1955) 851
- R. CLARK JONES : 39 : J. Opt. Soc. Am. 29 (1939) 337
- W.V. CHRISTENSEN 55 : P.I.R.E. 43 (1955) 93
- P.D. COLEMAN : 49 : MIT quat. Rep. 15 avril 1949, 76
- P.D. COLEMAN 50 : MIT. Quat. Prog. Rep, 15 janv. 1950, 52
- P.D. COLEMAN et M.D. SIRKIS 55 : J. Appl. Phys. 26 (1955) 1385
- G.B. COLLINS et V.G. REILLING 38 : Phys. Rev. 54 (1938) 499
- R. COMBE et M. FEIX 54 : Note C.N.E.T. n° 1177
- R. COMBE et M. FEIX 53 : C.R.A.S. Paris 237 (1953) 1318
- R. COMBE et M. FEIX 53a : C.R.A.S. Paris 237 (1953) 1660
- R. COMBE et th. FRELOT 55 : C.R.A.S. Paris 241 (1955) 1559
- J.P. COOLEY et J.H. ROHRBAUGH 45 : Phys. Rev. 67 (1945) 296
- D.R. CORSON 53 : Phys. Rev. 90 (1953) 748
- M. DANOS 55 : J. Appl. Phys. 26 (1955) 2
- M. DANOS, C.H. TOWNES, H. LASHINSKY 55 : Quat. Rep. Columbia Rad. Lab.  
1952-55
- R.H. DICKE 46 : Rev. Sci. Inst. 17 (1946) 268
- F.X. EDER 49 : Funk u. Ton III (1949) 67

- E. FERMI 40 : Phys. Rev. 57 (1940) 485
- I.M. FRANK 44 : **C.R.A.S.** U.R.S.S. (Doklady) XLII 1944 341
- I.M. FRANK et I. TAMM 37 : **C.R.A.S.** U.R.S.S. (Doklady) XIV (1937) 109
- L. GENZEL 56 : Z. Phys. 144 (1956) 311
- L. GENZEL et W. ECKHARDT 54 : Z. Phys. 139 (1954) 578
- L. GENZEL et W. ECKHARDT 54a: Z. Phys. 139 (1954) 592
- L. GENZEL et M. KLIER 56 : Z. Phys. 144 (1956) 25
- O.R. GILLIAM, C.M. JOHNSON, W. GORDY 50 : Phys. Rev. 78 (1950) 140
- V.L. GINSBURG 47 : **C.R.A.S.** U.R.S.S. (Doklady) LVI (1947) 145
- V.L. GINSBURG 47a: **C.R.A.S.** U.R.S.S. (Doklady) LVI (1947) 253
- V.L. GINSBURG 47b: Bull Acad. Sci. U.R.S.S. XI (1947) 165
- V.L. GINSBURG et I.M. FRANK 47 : **C.R.A.S.** U.R.S.S. (Doklady) LVI (1947) 699
- A.A. GLAGOLEVA - ARKADIEVA 24 : Nature 113 (1924) 640
- 24a: Z. Phys. 24 (1924) 153
- 29 : Z. Phys. 55 (1929) 234
- 34 : **C.R.A.S.** U.R.S.S. Doklady III (1934) 415
- 41 : - - - XXXII (1941) 540
- 44 : - - - XLV (1944) 10
- M.J.E. GOLAY 49 : Rev. Sci. Inst. 20 (1949) 816
- M.J.E. GOLAY 49a: J. Opt. Soc. Am. 39 (1949) 437
- W. GORDY 48 : Rev. Mod. Phys. 20 (1948) 668
- O. HEAVISIDE 02 : Nature, 30 oct. 1902, 6
- O. HEAVISIDE 02a: Nature, 6 nov. 1902, 32
- D. IVANENKO et I. POMERANTSCHUK 44 : **C.R.A.S.** U.R.S.S. (Doklady) XLIV (1944) 315
- D. IVANENKO et I. POMERANTSCHUK 44a: Phys. Rev. 65 (1944) 343
- D. IVANENKO et V.N. TSYTOVITCH 55 : Soviet. Phys. 1 (1955) 135
- H.E. IVES 37 : J. Opt. Soc. Am. 27 (1937) 177
- 37a: - - - - - 263
- 37b: - - - - - 305
- 37c: - - - - - 310
- 37d: - - - - - 389
- H.E. IVES et G.R. STILWELL 38 : J. Opt. Soc. Am. 28 (1938) 215
- J.V. JELLEY : Prog. Nucl. Phys. London III (1953) 84
- C.M. JOHNSON D.M. SLAGER et D.D. KING 54 : Rev. Sci. Inst. 25 (1954) 213
- H.R. JOHNSON 55 : P.I.R.E. 43 (1955) 684
- A. KALUGINA 39 : J. Exp. Theor. Phys. U.R.S.S. 9 (1939) 362

- A. KARP 55 : P.I.R.E. 43 (1955) 41
- A. KASTLER 55 : Nuovo Cimento Suppl. n° 3 (1955) 761
- W.C. KING et W. GORDY 53 : Phys. Rev. 90 (1953) 319
- W.C. KING et W. GORDY 54 : Phys. Rev. 93 (1954) 407
- C. KLEIN 53 : Ann. Téléc. 8 (1953) 38
- J.A. KLEIN, J.H.N. LOUBSER, A.H. NETHERCOT, C.H. TOWNES : 52 Rev. Sci.  
Inst. 23 (1952) 78
- B. KOCH 38 : Ann. Phys. 33 (1938) 335
- R. KOMPFFNER et N.T. WILLIAMS 53 : P.I.R.E. 41 (1953) 1602
- B. KWAL 50 : in Les Accélérateurs de particules, (Rev. d'Optique) (1950)  
145
- A. LAMPA 95 : Wiener Ber. 104 (1895) 1179
- A. LAMPA 96 : Wiener Ber. 105 (1896) 587
- A. LAMPA 96a: Wiener Ber. 105 (1896) 1049
- K. LANDECKER 52 : Phys. Rev. 86 (1952) 852
- J. LARMOR 97 : Phil. Mag. 44 (1897) 503
- P. LEBEDEV 95 : Wied. Ann. 56 (1895) 1
- J.G. LINHART 55 : J. Appl. Phys. 26 (1955) 527
- J.G. LINHART 55a: Research **GB** 8 (1955) 402
- A. LIENART 98 : L'Eclair. élect. 16 (1898) 5, 53, 106
- O. LODGE 90 : Nature, 41 (1890) 462
- J. MARSHALL 54 : Ann. Rev. Nucl. Sci. Stanford 4 (1954) 141
- R.L. MATHER 51 : Rev. Tech. T.H. n° 16 (1951) 7
- M. MATRICON 51a: Rev. Tech. T.H. n° 16 (1951) 45
- MÖBIUS 20 : Ann. Phys. 62 (1920) 293
- H. MOTZ 51 : J. Appl. Phys. 22 (1951) 527
- H. MOTZ 55 : Comm. Priv.
- H. MOTZ, W. THON et R.N. WHITEHURST : 53 J. Appl. Phys. 24 (1953) 826
- H. MOTZ et K.B. MALLORY 55 : J. Appl. Phys. 26 (1955) 1384
- H. MOTZ et L.I. SCHIFF 53 : Am. J. Phys. 21 (1953) 258
- E.F. NICHOLS et J.D. TEAR 23 : Phys. Rev. 21 (1923) 587
- G. PARZEN 51 : Phys. Rev. 84 (1951) 235
- J.R. PIERCE 50: Physcis to day 3 (1950) 24
- J.R. PIERCE 51 : Electronics 24 (1951) 66
- J.R. PIERCE 54 : P.I.R.E. 42 (1954) 1735
- H.C. POLLOCK, F.R. ELDER, R.V. LANGMUIR 48 : Phys. Rev. 74 (1948) 52
- A. RIGHI 94 : Mem. Acad. Bologna, vol, 4 (1894)
- A. RIGHI 00 : Congrès Inter. Phys. 1900, vol. II, 301

- L.I. SCHIFF 46 : Rev. Sci. Inst. 17 (1946) 6  
 L.I. SCHIFF 52 : Am. J. Phys. 20 (1952) 474  
 M. SCHÖNBERG 51 : Nuovo Cimento 8 (1951) 159  
 M. SCHÖNBERG 52 : Nuovo Cimento 9 (1952) 210  
 G.A. SCHOTT 07 : Phil. Mag. 13 (1907) 189  
 G.A. SCHOTT 07a: Ann. Phys. 24 (1907) 635  
 J. SCHWINGER 46 : Phys. Rev. 70 (1946) 798  
 J. SCHWINGER 49 : Phys. Rev. 75 (1949) 1912  
 A.G. SMITH, W. GORDY, J.W. SIMMONS, W.V. SMITH 49 : Phys. Rev. 75 (1949)  
 260  
 S.G. SMITH et E.M. PURCELL 53 : Phys. Rev. 92 (1953) 1069  
 A.A. SOKOLOV, N.P. KLEPIKOV, I.M. TERNOV 52 : J. Phys. U.R.S.S. 23 (1952)  
 632  
 - - - 53 : J. Phys. U.R.S.S. 24 (1953)  
 249  
 A.A. SOKOLOV et I.M. TERNOV 53 : J. Phys. U.R.S.S. 25 (1953) 698  
 - - 55 : J. Phys. U.R.S.S. 28 (1955) 431  
 - - 55a: Soviet Physics 1 (1955) 227  
 I. TAMM 39 : J. Phys. U.R.S.S. 1 (1939) 439  
 P.A. TCHERENKOV 34 : **C.R.A.S.** U.R.S.S. (Doklady) II (1934) 455  
 - 36 : - - - III (1936) 413  
 - 37 : - - - XIV (1937) 101  
 - 37a: - - - XIV (1937) 105  
 H.H. THEISSING et J. Mc CUE 55 : Rev. Sci. Inst. 26 (1955) 1203  
 R.Q. TWISS 52 : SERL Tech. Journ, mai 1952, 10  
 S. VAVILOV 34 : **C.R.A.S.** U.R.S.S. (Doklady) (1934) 459  
 R. WARNECKE 54 : Ann. Radio, avril 1954, 107  
 R. WARNECKE et P. GUENARD P.I.E.E. part III, 68 (1953) 351  
 R. WARNECKE, P. GUENARD, O. DOEHLER, B. EPSZTEIN 52 : **C.R.A.S.** Paris 235  
 (1952) 236  
 R. WARNECKE, P. GUENARD, O. DOEHLER, B. EPSZTEIN 55 : **P.I.R.E** 43 (1955) 413  
 E. WIECHERT 01 : Ann. Phys. 4 (1901) 667  
 H.O. WYCKOFF et J.E. HENDERSON 45 : Phys. Rev. 64 (1945) 1

## TABLE DES MATIERES

-----

### INTRODUCTION

### Première Partie

## REALISATION D'UN ACCELERATEUR LINEAIRE D'ELECTRONS

|                                                                                                    | <i>Page</i> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| CHAPITRE I - <i>ETUDE DES GUIDES D'ONDES CHARGES</i> .....                                         | 1           |
| 1. <i>Théorie des guides chargés - Applications</i> .....                                          | 1           |
| 2. <i>Bande passante et dispersion des guides chargés Applications</i> .....                       | 7           |
| a. <i>Bande passante.</i>                                                                          |             |
| b. <i>Dispersion.</i>                                                                              |             |
| c. <i>Tolérances relatives à la construction et au fonctionnement des guides.</i>                  |             |
| 3. <i>Puissances transmise et absorbée par les guides chargés. Coefficient d'atténuation</i> ..... | 16          |
| 4. <i>Etude expérimentale des guides chargés</i> .....                                             | 23          |
| a. <i>Programme.</i>                                                                               |             |
| b. <i>Méthode de calcul.</i>                                                                       |             |
| c. <i>Fabrication des guides.</i>                                                                  |             |
| d. <i>Méthodes de mesure.</i>                                                                      |             |
| e. <i>Résultats.</i>                                                                               |             |
| 5. <i>Le guide de l'accélérateur 2,3 MeV</i> .....                                                 | 33          |
| a. <i>Caractéristiques générales et méthode de calcul.</i>                                         |             |
| b. <i>Etude expérimentale.</i>                                                                     |             |
| c. <i>Focalisation du faisceau.</i>                                                                |             |
| CHAPITRE II - <i>L'ACCELERATEUR DE 2,3 MeV</i> .....                                               | 43          |
| 1. <i>Description de l'appareil</i> .....                                                          | 43          |
| a. <i>Description générale.</i>                                                                    |             |
| b. <i>Système de pompage.</i>                                                                      |             |

## CHAPITRE II - (suite)

Page

|                                   |    |
|-----------------------------------|----|
| c. Sources d'électrons.           |    |
| d. Générateurs d'impulsions.      |    |
| e. Le circuit hyperfréquence.     |    |
| f. Les bobines de focalisation.   |    |
| g. Le pupitre de commande.        |    |
| h. Les dispositifs de protection. |    |
| <br>2. Essais de l'appareil ..... | 50 |
| a. Etude du faisceau.             |    |
| b. Production de rayons X.        |    |
| c. Production de neutrons.        |    |

-----  
Deuxième Partie

## RECHERCHES SUR LES ONDES MILLIMETRIQUES

|                                                                     |    |
|---------------------------------------------------------------------|----|
| CHAPITRE III - LE MOUVEMENT DE L'ELECTRON .....                     | 55 |
| 1. Le mouvement de l'électron dans un onducteur<br>hélioidal .....  | 55 |
| 2. Le mouvement de l'électron dans un onducteur<br>sinusoidal ..... | 63 |
| a. Solution des équations du mouvement.                             |    |
| b. Valeur moyenne de la vitesse longitudinale.                      |    |
| c. Solution approchée du problème.                                  |    |
| d. Remarque sur les conditions initiales.                           |    |
| <br>CHAPITRE IV - THEORIE DU RAYONNEMENT DE L'ELECTRON .....        | 77 |
| 1. L'effet Doppler .....                                            | 77 |
| a. En Physique classique.                                           |    |
| b. En Relativité restreinte.                                        |    |
| 2. Fréquence fondamentale rayonnée par un<br>onducteur .....        | 86 |
| a. Onducteur hélioidal.                                             |    |
| b. Onducteur sinusoidal.                                            |    |

## CHAPITRE IV - (suite)

|                                                                                |     |
|--------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3. Puissance totale rayonnée par un électron ..                                | 93  |
| a. Formules générales.                                                         |     |
| b. Application à l'ondulateur hélicoïdal.                                      |     |
| c. Application à l'ondulateur sinusoïdal.                                      |     |
| d. Projets d'ondulateurs.                                                      |     |
| 4. Rayonnement d'un faisceau d'électrons .....                                 | 107 |
| 5. Distribution angulaire du rayonnement d'un<br>électron .....                | 110 |
| a. Application à l'ondulateur hélicoïdal.                                      |     |
| b. Application à l'ondulateur sinusoïdal.                                      |     |
| 6. Distribution spectrale du rayonnement d'un<br>électron .....                | 116 |
| a. Formules générales.                                                         |     |
| b. Application à l'ondulateur hélicoïdal.                                      |     |
| 7. Comparaison de l'ondulateur et du bétatron .                                | 135 |
| 8. Comparaison du rayonnement de l'ondulateur<br>et de l'effet TCHERNKOV ..... | 136 |

## CHAPITRE V - EXPERIENCES DE PRODUCTION D'ONDES MILLIMETRIQUES 142

|                                                                  |     |
|------------------------------------------------------------------|-----|
| 1. Expériences avec un ondulateur sinusoïdal ..                  | 142 |
| a. Description générale.                                         |     |
| b. L'aimant à pôles alternés et l'électro-<br>aimant correcteur. |     |
| c. Le guide de l'ondulateur.                                     |     |
| d. La mesure des fréquences.                                     |     |
| e. L'équipement de détection.                                    |     |
| f. Résultats.                                                    |     |
| 2. Expériences avec un ondulateur hélicoïdal ..                  | 155 |

|                  |     |
|------------------|-----|
| CONCLUSION ..... | 159 |
|------------------|-----|

|                 |     |
|-----------------|-----|
| NOTATIONS ..... | 161 |
|-----------------|-----|

|                     |     |
|---------------------|-----|
| BIBLIOGRAPHIE ..... | 169 |
|---------------------|-----|



Les études concernant les guides d'ondes, les accélérateurs linéaires, et les ondes millimétriques, dont nous avons exposé les principaux résultats, ont été commencées au Laboratoire de Physique des Rayons X en 1951 - 53, et poursuivies au Laboratoire de Physique Atomique et Moléculaire du Collège de France en 1953 - 56.

Nous tenons à exprimer notre respectueuse gratitude à MM. Maurice de BROGLIE et Francis PERRIN, qui nous ont accueillis dans leurs laboratoires respectifs ; à MM. Louis de BROGLIE, Francis PERRIN, et Pierre GRIVET qui ont bien voulu accepter d'examiner ce travail, aux dirigeants des deux organismes, Centre National d'Etudes des Télécommunications, et Section d'Etudes et Fabrications des Télécommunications, qui nous ont alloué les crédits nécessaires à la construction de l'accélérateur.

M. l'Ingénieur en Chef Paul CHANSON a toujours porté le plus vif intérêt à nos recherches. Grâce à lui surtout, nous avons pu, et continuons à pouvoir mener à bien un important programme d'études sur les accélérateurs. Qu'il veuille bien trouver ici l'expression de notre reconnaissance.

M. Pierre LAPOSTOLLE, qui a dirigé jusqu'en 1954 la section Electronique du C.N.E.T. nous a également témoigné un amical et constant intérêt, et nous a souvent aidé, dans la mise au point de questions théoriques, par sa grande connaissance de l'Electromagnétisme et de l'Electronique.

Nous adressons nos sincères remerciements à M. ELIE, Ingénieur en Chef, à la division D.E.M. du C.N.E.T., qui a étudié et construit les générateurs d'impulsions de notre accélérateur.

C'est enfin pour moi un devoir particulièrement agréable de remercier mes collaborateurs : Mme. Thérèse FRELOT, Ingénieur E.P.C.I. a dirigé le travail expérimental sur l'accélérateur et l'ondulateur. Melle Marcelle SOURBE, Ingénieur E.P.F. a effectué une grande partie des calculs numériques. M. Marc FEIX, Ingénieur E.S.E. a étudié, soit avec moi, soit indépendamment, un certain nombre de problèmes concernant la théorie des guides d'ondes ou de l'ondulateur ; il a aussi participé à la mise au point de l'accélérateur. M. Gilbert MICHOT a construit la plupart des appareils de précision ; il a de plus dessiné les figures de ce recueil. M. André DELAUNAY a partagé avec Mme Frelot la charge des mesures électriques et électroniques. M. Jean BRISSAUD a été particulièrement chargé des installations électriques. Tous se sont acquittés de leur tâche avec un soin et une compétence dignes d'éloges.



L'impression de ce mémoire a été réalisée avec beaucoup de goût et de célérité par le service de Documentation de la S.E.F.T., dirigé par M. l'Ingénieur Principal VIENNET. J'adresse mes plus vifs remerciements aux membres du personnel du département des Arts Graphiques, dont le chef est M. l'Ingénieur Principal DURAND.



DEUXIEME THESE

Propositions données par la Faculté

P I L E S   A   N E U T R O N S   R A P I D E S

VU ET APPROUVE :

Paris, le 23 Juin 1956  
Le Doyen de la Faculté des Sciences,  
J. PERFS

VU ET PERMIS D'IMPRIMER

Le Recteur de l'Académie de Paris,

Jean SARRAILH





